

Analitički model duktilnosti GFRP-armiranih betonskih greda s tlačnim područjem ovijenim otvorenim GFRP 2U sponama

Xhemshir Mulliqi¹, Tomislav Kišiček²

¹Europrojekt Plus, xhemshir.mulliqi1@student.grad.hr

²Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, tomislav.kisicek@grad.unizg.hr

Sažetak

U radu se predlaže analitički model duktilnosti betonskih greda armiranih šipkama od polimera ojačanog staklenim vlaknima (GFRP), s tlačnim područjem ovijenim otvorenim GFRP 2U sponama. Model uvodi topološki koeficijent η_{2U} , kojim se osnovni poprečni tlak ovijanja reducira na konačni proračunski tlak. Donja vrijednost koeficijenta određuje se iz deformacijske sposobnosti presjeka. Model je primjenjiv za procjenu dijagrama moment savijanja–zakrivljenost ($M-1/r$), pri čemu je dobiven raspon $0,41 \leq \eta_{2U} \leq 1,00$.

Ključne riječi: GFRP armatura, GFRP 2U spone, ovijeno tlačno područje, topološki koeficijent η_{2U} , moment savijanja-zakrivljenost, duktilnost

Analytical ductility model for GFRP-reinforced concrete beams with a compression zone confined by open GFRP 2U stirrups

Abstract

This paper proposes an analytical ductility model for concrete beams reinforced with glass fibre-reinforced polymer (GFRP) bars, with a compression zone confined by open GFRP 2U stirrups. The model introduces the topological coefficient η_{2U} by which the basic transverse confinement pressure is reduced to the final design pressure. The lower value of the coefficient is determined from the deformability of the section. The model is applicable for evaluating the bending moment–curvature diagram ($M-1/r$), resulting in the range $0.41 \leq \eta_{2U} \leq 1.00$.

Key words: GFRP reinforcement, GFRP 2U stirrups, confined compression zone, topological coefficient η_{2U} , bending moment–curvature, ductility

1 Uvod

Primjena armature od polimera ojačanog staklenim vlaknima (GFRP) povećava trajnost betonskih elemenata izloženih agresivnom okolišu. Zbog linearno elastičnog ponašanja do loma, izostanka granice popuštanja i ograničene plastične preraspodjele, duktilnost GFRP-armiranih elemenata ne može se tumačiti jednako kao kod čelične armature, nego kroz deformacijsku sposobnost betona, stanje tlačnog područja i razvoj zakrivljenosti [1-5].

Dosadašnja istraživanja savijanih greda armiranih polimerom ojačanim vlaknima (FRP) i ovijenog tlačnog područja pokazuju da oblik i učinkovitost poprečne armature bitno utječu na graničnu zakrivljenost i način sloma [3-5]. Posebno je važno smanjenje djelotvornosti FRP spona u savijenim dijelovima i sidrenju, što su razmatrali Ahmed i suradnici [6] te Imjai i suradnici [7]. Teorijska podloga za ovijeni beton preuzima se iz Manderova modela [8, 9].

Važno polazište predstavlja rad Renića i Kišičeka [10], u kojem je analizirana duktilnost betonskih greda armiranih FRP šipkama te povećanje njihove deformacijske sposobnosti ovijanjem tlačnog područja. U odnosu na taj koncept, ovaj rad razmatra grede s uzdužnom GFRP armaturom i otvorenim GFRP 2U sponama u tlačnom području.

Središnji doprinos rada jest uvođenje predloženog topološkog koeficijenta η_{2U} kao modelnog parametra za opis učinkovitosti otvorenih 2U spona. Koeficijent povezuje geometriju sustava, poprečni tlak ovijanja i ciljanu duktilnost presjeka. Dijagram moment savijanja–zakrivljenost ($M-1/r$) određuje se kontinuiranom presječnom analizom metodom postupnog povećanja zakrivljenosti.

2 Pretpostavke i analitička formulacija modela

Model je formuliran za savijane GFRP-armirane betonske grede bez vanjske uzdužne sile, uz linearno elastično ponašanje GFRP armature do loma. Učinak otvorenih GFRP 2U spona uvodi se preko poprečnog tlaka na tlačnu betonsku jezgru, pri čemu $\sigma_{2,FRP,0}$ označuje osnovni idealizirani tlak, a $\sigma_{2,FRP}$ konačni proračunski tlak nakon redukcije koeficijentom η_{2U} .

Efektivno naprezanje GFRP spona ograničava se prema smjernicama American Concrete Institute (ACI) 440 [11, 12], a osnovni poprečni tlak određuje se prema mehaničkoj analogiji Manderova pristupa [8, 9], uzimajući u obzir geometrijsku učinkovitost jezgre, volumetrijski omjer aktivnih grana i efektivno naprezanje spone. Budući da 2U sustav čine dvije odvojene U-spone, uvodi se topološki koeficijent η_{2U} kojim se osnovni tlak reducira na konačni proračunski tlak:

$$f_{fv} = \min (0,004 \cdot E_f; f_{fb}) \quad (1)$$

$$\sigma_{2,FRP,0} = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \rho_v \cdot f_{fv} \quad (2)$$

$$\sigma_{2,FRP} = \eta_{2U} \cdot \sigma_{2,FRP,0} = \frac{1}{2} \cdot \eta_{2U} \cdot \alpha \cdot \rho_v \cdot f_{fv} \quad (3)$$

$$\eta_{2U} = \frac{\sigma_{2,FRP}}{\sigma_{2,FRP,0}} = \frac{2 \cdot \sigma_{2,FRP}}{\alpha \cdot \rho_v \cdot f_{fv}} \quad (4)$$

U izrazima je f_{fv} efektivno naprezanje GFRP spone ograničeno prema ACI 440, f_{fb} granično naprezanje u savijenom dijelu spone, E_f modul elastičnosti GFRP-a, α geometrijska učinkovitost ovijene jezgre prema Manderovu pristupu, ρ_v volumetrijski omjer aktivnih grana, a η_{2U} bezdimenzijski topološki parametar otvorene 2U konfiguracije $0 < \eta_{2U} \leq 1,00$.

3 Analitičko duktilnosno ograničenje koeficijenta η_{2U}

Kod GFRP armature izostaje granica popuštanja, pa se umjesto zakrivljenosti pri popuštanju uvodi referentna točka T_2 . Ona označuje stanje u kojem tlačno vlakno neovijenog betona doseže graničnu deformaciju prema Eurokodu 2 (EC2), a T_{2d} opisuje stanje nakon odlamanja zaštitnog sloja i lokalnog pada momenta pri približno istoj zakrivljenosti. Točka T_3 predstavlja granično stanje nakon aktiviranja ovijenog tlačnog područja, određeno dostizanjem granične deformacije ovijenog betona ili GFRP armature. Indeks duktilnosti zakrivljenosti određuje se kao omjer granične zakrivljenosti u točki T_3 i referentne zakrivljenosti u točki T_2 .

$$\mu_{(1/r)} = \frac{(1/r)_{T_3}}{(1/r)_{T_2}} \quad (5)$$

Kao donji analitički kriterij deformacijske sposobnosti ovijenog tlačnog područja usvaja se minimalni indeks duktilnosti zakrivljenosti prema izrazu (6), uz referentnu vrijednost iz literature [13].

$$\mu_{(1/r)} \geq \mu_{(1/r),\min} = 1,40 \quad (6)$$

Budući da je poprečni tlak ovijanja proporcionalan koeficijentu η_{2U} , uvodi se analitičko ograničenje: $\eta_{2U} \geq \eta_{2U,\min}$.

Za početnu analitičku procjenu pretpostavlja se linearna interpolacija između neovijenog stanja $\mu_{(1/r),0}$ i proračunate vrijednosti za $\eta_{2U} = 1,00$ označene kao $\mu_{(1/r),1}$:

$$\mu_{(1/r)}(\eta_{2U}) = \mu_{(1/r),0} + \eta_{2U} \cdot (\mu_{(1/r),1} - \mu_{(1/r),0}) \quad (7)$$

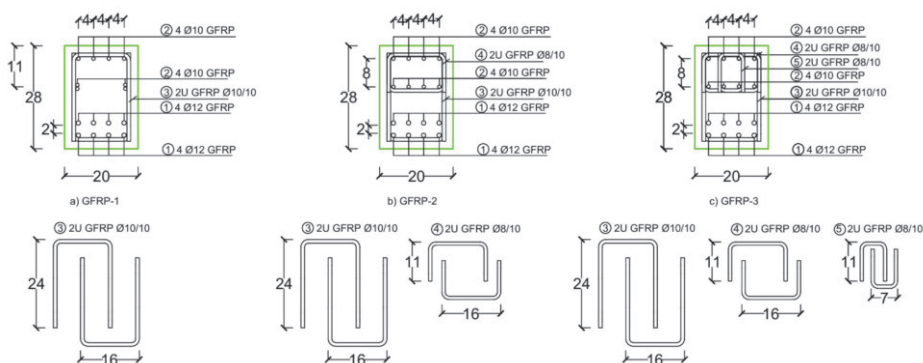
Iz uvjeta $\mu_{(1/r)}(\eta_{2U}) \geq \mu_{(1/r),\min}$ slijedi izraz za donju vrijednost koeficijenta $\eta_{2U,\min}$. Ako se konzervativno uzme $\mu_{(1/r),0} = 1,00$, dobiva se:

$$\eta_{2U,\min} = \frac{\mu_{(1/r),\min} - \mu_{(1/r),0}}{\mu_{(1/r),1} - \mu_{(1/r),0}} = \frac{0,40}{\mu_{(1/r),1} - 1} \quad (8)$$

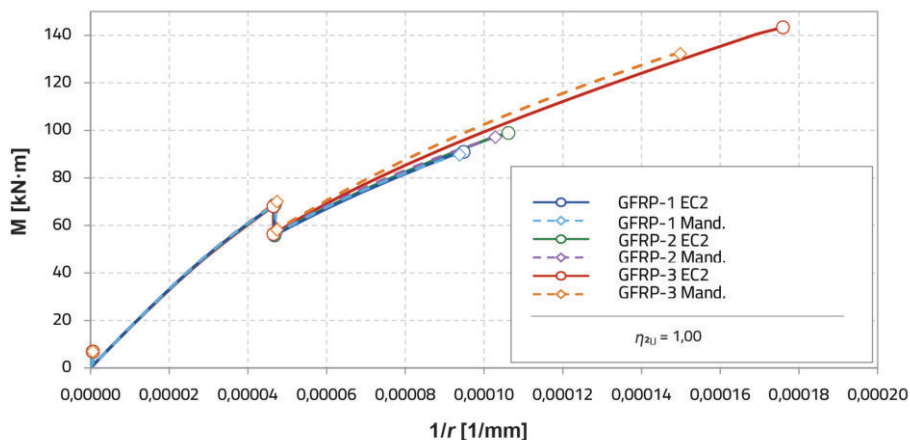
Za numeričku primjenu u ovom radu usvojena je referentna GFRP armatura GFRP-50-1000, s modulom elastičnosti $E_f = 50\,000$ MPa, vlačnom čvrstoćom $f_{fu} = 1000$ MPa i graničnom deformacijom $\varepsilon_{fu} = 0,020$. Učinkovito naprezanje GFRP spona u savijenom dijelu ograničeno je prema ACI 440 izrazom $f_{fv} = \min(0,004 \cdot E_f; f_{fb})$, pa je u proračunu uzeto $f_{fv} = 200$ MPa. Na temelju izraza (8) dobivene su donje vrijednosti $\eta_{2U,\min}$: 0,41 za GFRP-1, 0,34 za GFRP-2 i 0,19 za GFRP-3. Kao mjerodavna uzima se najnepovoljnija skupina GFRP-1, pa se konzervativno predlaže $\eta_{2U,\min} = 0,41$.

4 Rezultati i rasprava

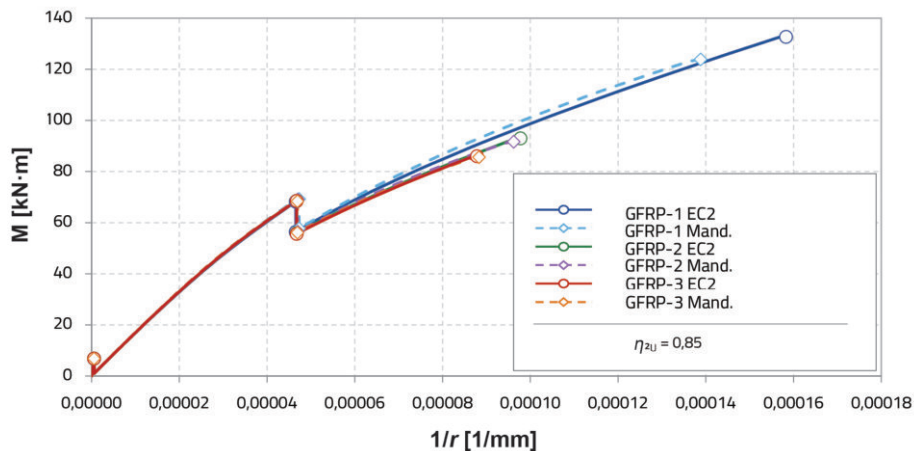
Model je primijenjen na tri skupine GFRP-armiranih greda s različitim konfiguracijama otvorenih 2U spona u tlačnom području (slika 1). $M-1/r$ dijagrami prikazani su za $\eta_{2U} = 1,00$ i $\eta_{2U} = 0,85$ prema modelima EC2 i Mander [8, 9, 14], pri čemu $\eta_{2U} = 1,00$ predstavlja idealizirano potpuno djelotvorno ovijanje, a $\eta_{2U} = 0,85$ reducirani poprečni tlak ovijanja.



Slika 1. Analizirani poprečni presjeci skupina GFRP-1, GFRP-2 i GFRP-3 s parovima otvorenih GFRP 2U spona



Slika 2. $M-1/r$ dijagrami skupina GFRP-1 do GFRP-3 prema EC2 i Manderu za $\eta_{2u} = 1,00$



Slika 3. $M-1/r$ dijagrami skupina GFRP-1 do GFRP-3 prema EC2 i Manderu za $\eta_{2u} = 0,85$

Tablica 1. Sažetak utjecaja topološkog koeficijenta na graničnu točku T, i indeks duktilnosti

Skupina	Model	$(1/r)T_3$ $\eta_{2u}=1,00$ [1/mm]	M $\eta_{2u}=1,00$ [kN·m]	$\mu_{(1/r)}$ $\eta_{2u}=1,00$	$(1/r)T_3$ $\eta_{2u}=0,85$ [1/mm]	M $\eta_{2u}=0,85$ [kN·m]	$\mu_{(1/r)}$ $\eta_{2u}=0,85$
GFRP-1	Eurokod 2	0,000094792	90,888	2,028	0,000087853	85,951	1,879
GFRP-1	Mander	0,000093770	89,767	1,996	0,000088306	85,601	1,882
GFRP-2	Eurokod 2	0,000106202	98,888	2,272	0,000097729	92,972	2,091
GFRP-2	Mander	0,000102884	97,184	2,187	0,000096199	91,612	2,047
GFRP-3	Eurokod 2	0,000175934	143,359	3,785	0,000158268	132,686	3,400
GFRP-3	Mander	0,000149848	132,231	3,161	0,000138807	123,855	2,935

Prikazani dijagrami moment savijanja–zakrivljenost ($M-1/\eta$) dobiveni su kontinuiranom presječnom analizom metodom postupnog povećanja zakrivljenosti, prema pristupu Sorića i Kišičeka [15].

5 Zaključak

Provedena formulacija pokazuje da se učinak otvorenih GFRP 2U spona opisuje topološkim koeficijentom η_{2U} kojim se osnovni idealizirani poprečni tlak reducira na konačni proračunski tlak. Za razmatrane konfiguracije dobiven je raspon $0,41 \leq \eta_{2U} \leq 1,00$, pri čemu je $\eta_{2U} = 0,41$ konzervativna donja granica, a $\eta_{2U} = 1,00$ idealizirano potpuno djelotvorno ovijanje. Dobiveni raspon omogućuje parametarsko vrednovanje različitih stupnjeva učinkovitosti 2U spona i njihova utjecaja na graničnu zakrivljenost, moment savijanja i indeks duktilnosti.

Najveća duktilnost dobivena je za skupinu GFRP-3, što potvrđuje pozitivan utjecaj intenzivnijeg ovijanja tlačnog područja. Model daje teorijsku osnovu za daljnju parametarsku analizu šireg raspona konfiguracija presjeka i parametara ovijanja te za buduću eksperimentalnu validaciju i kalibraciju topološkog koeficijenta η_{2U} .

Literatura

- [1] Elkafrawy, M., Gowrishankar, P., Aswad, N. G., Alashkar, A., Khalil, A., AlHamaydeh, M., Hawileh, R.: GFRP-Reinforced Concrete Columns: State-of-the-Art, Behavior, and Research Needs, *Buildings* 14 (2024) 10, 3131.
- [2] Prachasaree, W., Piriyaakootorn, S., Sangsrijun, A., Limkatanyu, S.: Behavior and Performance of GFRP Reinforced Concrete Columns with Various Types of Stirrups, *International Journal of Polymer Science* 2015 (2015), Article ID 237231.
- [3] Wang, H., Belarbi, A.: Ductility Characteristics of Fiber-Reinforced-Concrete Beams Reinforced with FRP Rebars, *Construction and Building Materials* 25 (2011) 5, pp. 2391–2401.
- [4] Jang, I. Y., Park, H. G., Kim, Y. G., Kim, S. S., Kim, J. H.: Flexural Behavior of High-Strength Concrete Beams Confined with Stirrups in Pure Bending Zone, *International Journal of Concrete Structures and Materials* 3 (2009) 1, pp. 39–45.
- [5] Priastiwi, Y. A., Imran, I., Nuroji: The Effect of Different Shapes of Confinement in Compression Zone on Beam's Ductility Subjected to Monotonic Loading, *Procedia Engineering* 125 (2015), pp. 918–924.
- [6] Ahmed, E. A., El-Sayed, A. K., El-Salakawy, E., Benmokrane, B.: Bend Strength of FRP Stirrups: Comparison and Evaluation of Testing Methods, *Journal of Composites for Construction* 14 (2010) 1, pp. 3–10.

- [7] Imjai, T., Garcia, R., Guadagnini, M., Pilakoutas, K.: Strength Degradation in Curved Fiber-Reinforced Polymer (FRP) Bars Used as Concrete Reinforcement, *Polymers* 12 (2020) 8, 1653.
- [8] Mander, J. B., Priestley, M. J. N., Park, R.: Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete, *Journal of Structural Engineering* 114 (1988) 8, pp. 1804–1826.
- [9] Mander, J. B., Priestley, M. J. N., Park, R.: Observed Stress-Strain Behavior of Confined Concrete, *Journal of Structural Engineering* 114 (1988) 8, pp. 1827–1849.
- [10] Renić, T., Kišiček, T.: Ductility of Concrete Beams Reinforced with FRP Rebars, *Buildings* 11 (2021) 9, 424, pp. 1–21.
- [11] ACI Committee 440: Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer (FRP) Bars, ACI 440.1R-15, American Concrete Institute, Farmington Hills, 2015.
- [12] ACI Committee 440: Building Code Requirements for Structural Concrete Reinforced with Glass Fiber-Reinforced Polymer (GFRP) Bars—Code and Commentary, ACI CODE-440.11-22, American Concrete Institute, Farmington Hills, 2022.
- [13] Bui, L. V. H., Stitmannathum, B., Ueda, T.: Ductility of Concrete Beams Reinforced with Both Fiber-Reinforced Polymer and Steel Tension Bars, *Journal of Advanced Concrete Technology* 16 (2018) 11, pp. 531–548.
- [14] CEN: EN 1992-1-1:2023, Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings, Bridges and Civil Engineering Structures, European Committee for Standardization, Brussels, 2023.
- [15] Sorić, Z., Kišiček, T.: Dijagram moment savijanja – zakrivljenost za armiranobetonske grede, *Građevinar* 55 (2003) 4, pp. 207–215.