

Analitički model poprečnog presjeka pravokutnih armiranobetonskih stupova s čeličnom ili GFRP uzdužnom armaturom pri ekscentričnom tlačnom opterećenju

Florim Istrefi¹, Tomislav Kišiček²

¹Astraplan d.o.o, florim.istrefi@student.grad.hr

²Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, tomislav.kisicek@grad.unizg.hr

Sažetak

U radu je prikazan analitički model poprečnog presjeka, temeljen na kompatibilnosti deformacija i ravnoteži unutarnjih sila, za procjenu interakcije uzdužne sile i momenta savijanja pravokutnih AB stupova s čeličnom ili GFRP uzdužnom armaturom i čeličnim sponama pri ekscentričnom tlačnom opterećenju. Analiza je provedena za dva presjeka C30/37, dimenzija 15×20 cm i 20×25 cm, s armaturom 4Ø14 i Ø8/100, za ekscentricitete $e=2$, 4 i 6 cm u smjeru veće dimenzije presjeka, uz primjenu EC2 i ACI/ACI 440 pristupa.

Ključne riječi: GFRP, čelik, AB stupovi, ekscentricitet, EC2, ACI, interakcija

Analytical cross-sectional model of rectangular reinforced concrete columns with steel or GFRP longitudinal reinforcement under eccentric compressive loading

Abstract

This paper presents an analytical cross-sectional model, based on strain compatibility and equilibrium of internal forces, for assessing the interaction between axial force and bending moment in rectangular reinforced concrete (RC) columns with steel or GFRP longitudinal reinforcement and steel ties under eccentric compressive loading. The analysis was carried out for two C30/37 concrete sections, 15×20 cm and 20×25 cm, reinforced with 4Ø14 longitudinal bars and Ø8/100 ties, for eccentricities $e=2$, 4 and 6 cm in the direction of the larger cross-sectional dimension, using EC2 and ACI/ACI 440 approaches.

Key words: GFRP, steel, RC columns, eccentricity, EC2, ACI, interaction

1 Uvod

Armiranobetonski stupovi izloženi istodobnom djelovanju osne sile i momenta savijanja proračunavaju se na temelju ravnoteže unutarnjih sila, kompatibilnosti deformacija i nelinearnog ponašanja materijala. Za stupova armiranih čeličnom armaturom postupci određivanja otpornosti presjeka, interakcije moment savijanja i osne sile i graničnih deformacijskih stanja definirani su u EC2 i ACI 318, dok EC8 propisuje zahtjeve za duktilnost, normiranu osne sile i seizmičko detaljiranje kritičnih područja [1–3].

GFRP armatura primjenjuje se zbog povećane trajnosti i otpornosti na koroziju. U odnosu na čelik, GFRP šipke imaju visoku vlačnu čvrstoću i malu masu, ali niži modul elastičnosti te linearno-elastično ponašanje do loma, bez područja popuštanje. Zbog toga se proračunski pristupi razvijeni za stupova armiranih čeličnom armaturom ne mogu izravno primijeniti na stupova armiranih GFRP armaturom [4].

Analitički radovi pokazuju da doprinos GFRP armature u tlaku još nije jednoznačno normiran. Noviji modeli upućuju na mogućnost njegova ograničenog uključivanja radi realnije procjene otpornosti [12–14]. Unatoč tom napretku, za male pravokutne stupova armiranih GFRP uzdužnom armaturom i poprečnom čeličnom armaturom još nedostaje jednostavan i projektno primjenjiv model presjeka usklađen s EC2/EC8 i ACI/ACI 440 pristupom.

2 Znanstveno-istraživački problem i ciljevi rada

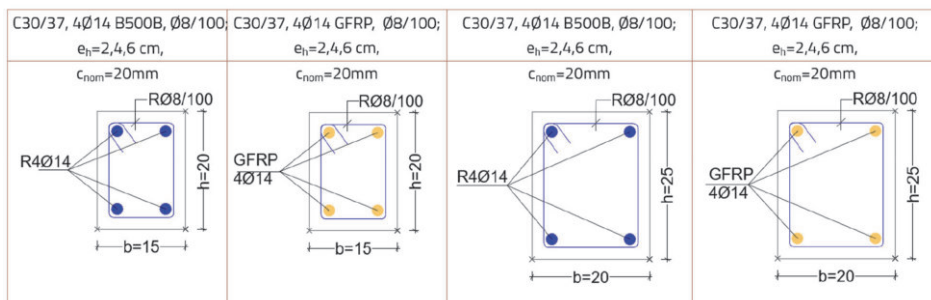
Znanstveni problem ovoga rada proizlazi iz činjenice da su postojeći normativni modeli za armiranobetonske stupove primarno razvijeni za stupove armirane čeličnom armaturom, dok stupovi armirani GFRP armaturom imaju bitno drukčiji mehanički odziv. [1–4]. Kod presjeka stupova armiranih čeličnom armaturom granično stanje može se tumačiti kroz popuštanje čelika, preraspodjelu napreznja i duktilni razvoj deformacija. Kod GFRP armature takav mehanizam ne postoji, jer šipke ostaju linearno-elastične do loma i ne osiguravaju plastičnu rezervu nosivosti [4–11].

Specifični ciljevi rada su: definirati analitički model poprečnog presjeka temeljen na kompatibilnosti deformacija i ravnoteži unutarnjih sila; izraditi dijagram interakcije moment savijanja i osne sile prema EC2 i ACI/ACI 440 pristupu; usporediti poprečne presjeke AB stupova armiranih čeličnom armaturom i AB stupova armiranih GFRP armaturom pri različitim ekscentricitetima u smjeru veće dimenzije presjeka, provjeriti primjenjivost EC8 zahtjeva za DCM i DCH detaljiranje analiziranih stupova; postaviti osnovu za nastavak doktorskog istraživanja kroz nelinearnu numeričku analizu i laboratorijska ispitivanja reprezentativnih stupova pri ekscentričnom opterećenju.

Buduća eksperimentalna ispitivanja trebaju obuhvatiti mjerenje deformacija betona i armature, razvoj pukotina, pomake, zakrivljenost, degradaciju krutosti, graničnu nosivost, učinak vlačnog ukrućenja betona između pukotina i način sloma. Dobiveni rezultati trebaju poslužiti za kalibraciju analitičkog i numeričkog modela te za ocjenu pouzdanosti projektnih pristupa prema EC2, EC8 i ACI 440.11-22 [1-13].

3 Metodologija

Numeričko istraživanje obuhvaća analizu interakcije osne sile i momenta savijanja za dva pravokutna poprečna presjeka armiranobetonskih stupova, prema geometriji i ulaznim podacima prikazanim na Slici 1, pri ekscentricitetima opterećenja u smjeru veće dimenzije presjeka, $e_h = 2, 4$ i 6 cm, uz primjenu EC2 i ACI/ACI 440 proračunskog pristupa te informativnu provjeru EC8 zahtjeva za DCM i DCH razinu duktilnosti.



Slika 1. Geometrija i ulazni parametri analiziranih presjeka

4 Analitički model, provjere i rasprava rezultata

Analitički model presjeka temelji se na pretpostavci da ravni presjeci nakon deformiranja ostaju ravni. Takva pretpostavka omogućuje povezivanje deformacijskog stanja presjeka s položajem neutralne osi, zakrivljenošću i raspodjelom naprezanja u betonu, čeličnoj armaturi i GFRP armaturi. Model se primjenjuje za pravokutne presjeka 15×20 cm i 20×25 cm, beton C30/37, uzdužnu armaturu 4Ø14, poprečnu čeličnu armaturu Ø8/100 i ekscentricitete opterećenja $e_h=2, 4$ i 6 cm.

Deformacija ε_i na udaljenosti y_i od tlačnog ruba ovisi o položaju neutralne osi c i granične deformacije betona ε_{icu} a određuje se izrazom:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{cu} \frac{c - y_i}{c} \quad (1)$$

Kada je $y_i < c$, promatrano vlakno nalazi se u tlačnom području. Kada je $y_i > c$, deformacija poprima suprotan predznak i vlakno se nalazi u vlačnom području presjeka. Na taj se način za svaki položaj neutralne osi može odrediti raspodjela deformacija po visini presjeka.

Za beton se u EC2 pristupu može primijeniti dijagram naprezanje–deformacija betona u tlaku ili, u pojednostavljenom obliku, ekvivalentni pravokutni blok tlačnih naprezanja. Projektna tlačna čvrstoća betona f_{cd} je definirana, za pojednostavljeni tlačni blok rezultanta tlačne sile betona može se zapisati kao:

$$N_c = \eta \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \lambda_c \quad (2)$$

Gdje:

N_c - rezultanta tlačne sile betona

$\eta \cdot f_{cd}$ - efektivna čvrstoća tlačnog bloka betona, faktor $\eta = 1,0$ za $f_{ck} \leq 50$ MPa

b - širina poprečnog presjeka

λ_c - efektivna visina tlačne zone

U ACI pristupu tlačni blok betona definira se izrazom:

$$N_c = 0,85 \cdot f'_c \cdot b \cdot a \quad (3)$$

Gdje:

N_c - rezultanta tlačne sile betona

$0,85 \cdot f'_c$ - efektivna čvrstoća tlačnog bloka betona

b - širina poprečnog presjeka

a - efektivna visina tlačne zone

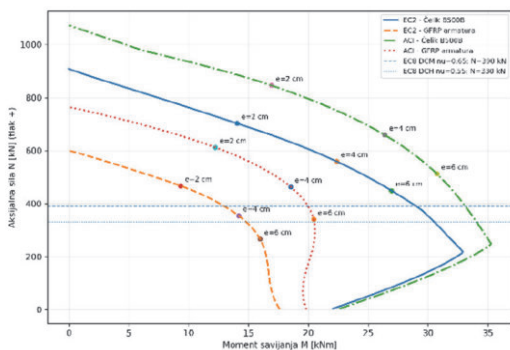
Za GFRP armaturu ključno je naglasiti da nema područje popuštanja. Zbog toga povećanje deformacije ne dovodi do plastične preraspodjele naprezanja kao kod čelične armature, nego do linearnog povećanja naprezanja do dosezanja granične deformacije ili loma. [1-4].

Kod ekscentričnog tlaka vanjski moment M_{Ed} je:

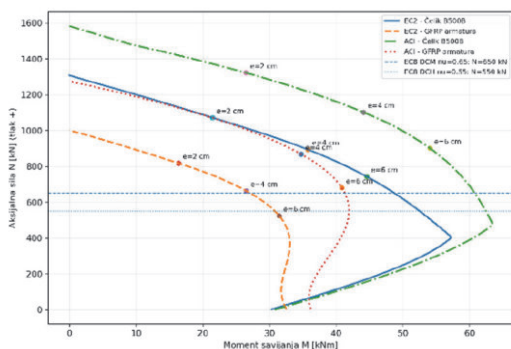
$$M_{Ed} = N_{Ed} \cdot e_h \quad (4)$$

4.1 N–M interakcija

Interakcijski dijagram dobiva se variranjem položaja neutralne osi c . Za svaki položaj neutralne osi određuju se deformacije, naprezanja, unutarnje sile i pripadni moment. Time se dobiva skup točaka ($N_{Rd} = M_{Rd}$) koji definira nosivost presjeka pri različitim kombinacijama osne sile i momenta savijanja.



Slika 2. N-M interakcijski dijagram za presjek 15x20 cm



Slika 3. N-M interakcijski dijagram za presjek 20x25 cm

Provjera razmaka poprečne armature u kritičnim područjima prema EC8 zahtjevima za DCM i DCH. Provjera obuhvaća omjer uzdužne armature, dimenzije omeđene jezgre, stvarni razmak poprečna armatura i najveći dopušteni razmak poprečna armature.

Rezultati pokazuju da stvarni razmak poprečna armatura $\varnothing 8/100$ ne zadovoljava zahtjeve za DCM i DCH. Stoga je za seizmičku primjenu potrebno predvidjeti gušći raspored poprečna armature u kritičnim područjima stupova.

5 Rezultati i rasprava

Provedena interakcijska analiza pokazuje da se povećanjem ekscentriciteta smanjuje dopuštena osna sila u svim analiziranim presjecima i za obje varijante uzdužne armature. Povećanje ekscentriciteta uzrokuje veći moment savijanja za istu vrijednost osna sile, pa se stanje presjeka postupno premješta iz tlačno dominantnog područja prema području u kojem je utjecaj savijanja izraženiji.

Za presjek 15×20 cm stupova armiranih čeličnom armaturom postiže osni nosivosti približno 702,51 kN, 559,10 kN i 449,06 kN za ekscentricitete 2 cm, 4 cm i 6 cm. Kod iste geometrije presjeka stupova armiranih GFRP armaturom postiže niže vrijednosti nosivosti, odnosno 467,07 kN, 354,51 kN i 266,21 kN. Ovi rezultati pokazuju da manji presjek AB stupova s GFRP uzdužnom armaturom ima ograničenu rezervu nosivosti, osobito pri većim ekscentricitetima.

Za presjek 20×25 cm stupova armiranih čeličnom armaturom postiže nosivosti približno 1072,17 kN, 893,85 kN i 742,99 kN. i za iste ekscentricitete stupova armiranih GFRP armaturom postiže 817,44 kN, 662,97 kN i 524,15 kN. U odnosu na presjek 15×20 cm, veći presjek osigurava znatno povoljniju rezervu nosivosti. EC8 provjera pokazuje da omjer uzdužne armature može biti prihvatljiv, ali razmak poprečna armatura $\emptyset 8/100$ nije dovoljan u kritičnim područjima za DCM i DCH razinu duktilnosti. Za presjek 15×20 cm dopušteni razmaci poprečna armatura iznose 51 mm za DCM i 34 mm za DCH. Za presjek 20×25 cm dopušteni razmaci iznose 76 mm za DCM i 50,7 mm za DCH. Iz toga proizlazi da bi za seizmičku primjenu analiziranih stupova bilo potrebno predvidjeti gušći raspored poprečne armature u kritičnim područjima.

Provedena analiza omogućuje jasnu usporedbu AB stupova armiranih čeličnom armaturom i AB stupova armiranih GFRP armaturom unutar istog geometrijskog, materijalnog i opterećenog okvira. Na taj se način mogu uočiti razlike u aksijalnoj nosivosti, momentnoj otpornosti, krutosti i očekivanom načinu sloma. Dobiveni rezultati predstavljaju osnovu za nastavak istraživanja i za buduću kalibraciju modela prema eksperimentalnim rezultatima.

6 Zaključak

Rezultati pokazuju da presjeci armiranih s GFRP uzdužnom armaturom imaju manju otpornost na djelovanje osne sile i momenta savijanja te manju deformacijsku rezervu u odnosu na presjeke armirane čeličnom armaturom iste geometrije. Razlog tome je linearno-elastično ponašanje GFRP armature do loma i izostanak popuštanja zbog čega se ne razvija plastična preraspodjela naprezanja, koja je karakteristična za čeličnu armaturu. Povećanjem ekscentriciteta s e_n od 2 cm na 6 cm smanjuje se uzdužna otpornost presjeka i povećava utjecaj savijanja, osobito kod manjeg presjeka 15×20 cm.

EC8 provjera pokazuje da postojeći razmak poprečna armatura $\emptyset 8/100$ ne zadovoljava zahtjeve za kritična područja pri DCM i DCH razini duktilnosti. Zbog toga je za seizmičku primjenu potrebno smanjiti razmak poprečne armature u kritičnim zonama, neovisno o tome koristi li se čelična ili GFRP uzdužna armatura.

Rad uspostavlja usporedni analitičko-projektantski okvir za procjenu interakcije moment savijanja i osne sile pravokutnih AB stupova armiranih čeličnom ili GFRP

uzdužnom armaturom pri ekscentričnom tlačnom opterećenju. Usporedbom istih geometrijskih, materijalnih i opterećenih parametara prema EC2 i ACI/ACI 440 pristupu jasno se izdvajaju razlike u otpornosti, deformacijskom odzivu i ograničenjima primjene GFRP armature. Rezultati pokazuju da se GFRP armatura ne može promatrati kao izravna zamjena za čelik, nego zahtijeva zasebnu analitičku interpretaciju zbog linearnog elastičnog ponašanja, izostanka popuštanja i ograničene deformacijske rezerve.

Za pouzdaniju ocjenu primjenjivosti potrebna su daljnja nelinearna numerička i eksperimentalna istraživanja, uključujući ekscentrično i cikličko opterećenje, razvoj pukotina, degradaciju krutosti, graničnu otpornost i način sloma, kako bi se omogućila kvalitetnija kalibracija i validacija proračunskih modela.

Literatura

- [1] CEN. EN 1992-1-1:2004, Eurocode 2: Design of Concrete Structures - Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. Brussels: European Committee for Standardization, 2004.
- [2] CEN. EN 1998-1:2004, Eurocode 8: Design of Structures for Earthquake Resistance - Part 1: General Rules, Seismic Actions and Rules for Buildings. Brussels: European Committee for Standardization, 2004.
- [3] ACI Committee 318. Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19) and Commentary. Farmington Hills, MI: American Concrete Institute, 2019.
- [4] ACI Committee 440. ACI CODE-440.11-22: Building Code Requirements for Structural Concrete Reinforced with Glass Fiber-Reinforced Polymer (GFRP) Bars - Code and Commentary. Farmington Hills, MI: American Concrete Institute, 2022.
- [5] Sun, L.; Wei, M.; Zhang, N. Experimental Study on the Behavior of GFRP Reinforced Concrete Columns under Eccentric Axial Load. *Construction and Building Materials*, 152, 214-225, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2017.06.159>.
- [6] Peng, F.; Xue, W. Reliability Analysis of Eccentrically Loaded Concrete Rectangular Columns Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer Bars. *ACI Structural Journal*, 116(4), 275-284, 2019. <https://doi.org/10.14359/51715634>.
- [7] Tarawneh, A. N.; Dwairi, H. M.; Almasabha, G. S.; Majdalaweyh, S. A. Effect of Fiber-Reinforced Polymer-Compression Reinforcement in Columns Subjected to Concentric and Eccentric Loading. *ACI Structural Journal*, 118(3), 187-197, 2021. <https://doi.org/10.14359/51730526>.
- [8] Prajapati, G. N.; Farghaly, A. S.; Benmokrane, B. Performance of Concrete Columns Longitudinally Reinforced with Steel and GFRP Bars and Confined with GFRP Spirals and Cross Ties under Reversed Cyclic Loading. *Engineering Structures*, 270, 114863, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.114863>.

- [9] Mahmoudabadi, N. S.; Bahrami, A.; Saghir, S.; Ahmad, A.; Iqbal, M.; Elchalakani, M.; Özkılıç, Y. O. Effects of Eccentric Loading on Performance of Concrete Columns Reinforced with Glass Fiber-Reinforced Polymer Bars. *Scientific Reports*, 14, 1890, 2024. <https://doi.org/10.1038/s41598-023-47609-4>.
- [10] Pang, L.; Han, Z.; Xiao, J.; Liu, Z.; Qu, W.; Dong, S. Bearing Capacity of Hybrid (Steel and GFRP) Reinforced Columns under Eccentric Loading: Theory and Experiment. *Buildings*, 14(8), 2472, 2024. <https://doi.org/10.3390/buildings14082472>.
- [11] Elkafrawy, M.; Gowrishankar, P.; Aswad, N. G.; Alashkar, A.; Khalil, A.; AlHamaydeh, M.; Hawileh, R. GFRP-Reinforced Concrete Columns: State-of-the-Art, Behavior, and Research Needs. *Buildings*, 14(10), 3131, 2024. <https://doi.org/10.3390/buildings14103131>.
- [12] Tavakol, M.; Haji Kazemi, H. Comparative Assessment of Concrete Columns Reinforced with Hybrid Steel-GFRP, GFRP, and Steel Bars under Cyclic Lateral Loading. *Structures*, 71, 108034, 2025. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2024.108034>.
- [13] Nguyen Van, N.; Dang Vu, H.; Nguyen Phan, D. Strength Prediction of Rectangular FRP-Reinforced Concrete Columns under Eccentric Loading. *Advances in Technology Innovation*, 11(1), 29-44, 2026. <https://doi.org/10.46604/aiti.2025.15124>.