

Građevinski fakultet, Sveučilište u Zagrebu

Teorije zidanih lukova

Završni rad

Student: Ivan Puđa

Mentor: prof. dr. sc. Krešimir Fresl, dipl. ing. građ.

Zagreb, rujan 2016.

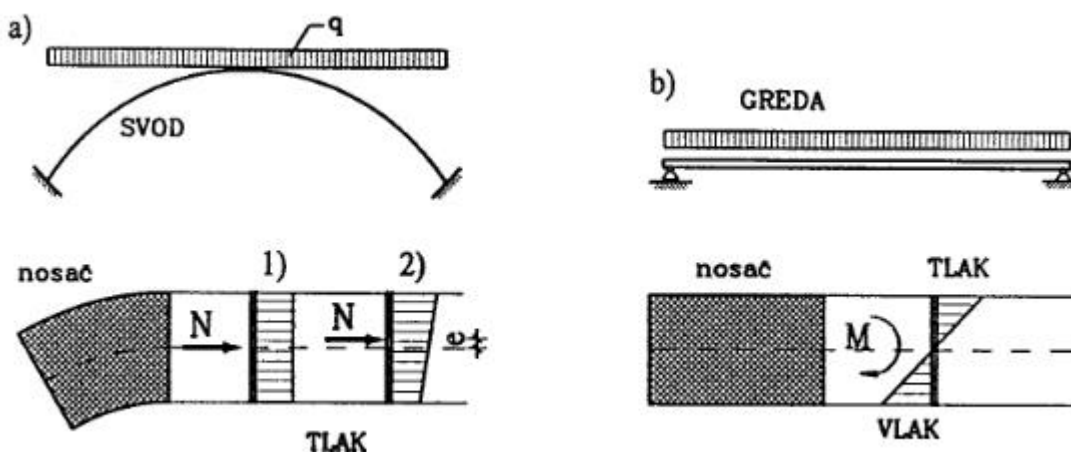
SADRŽAJ:

1. Uvod.....	3
1.1. Općenito o lukovima.....	3
1.2. Pregled razvoja i primjene luka kroz povijest.....	5
2. Analiza zidanih lukova.....	11
2.1. Svojstva ziđa.....	11
2.2. Pristupi izvedbi lukova.....	11
2.3. Grafičke metode rješavanja problema stabilnosti.....	13
2.4. Suvremene grafičke metode rješavanja problema stabilnosti....	16
3. Tlačna linija.....	17
3.1. Definicija tlačne linije.....	17
3.2. Određivanje tlačne linije luka nepravilnoga oblika grafičkom metodom.....	18
3.3. Određivanje i prikaz tlačne linije suvremenom interaktivnom grafičkom metodom (primjer polukružnoga luka).....	19
3.4. Usporedba polukružnoga i šiljastog luka.....	20
4. Granično stanje sloma i mehanizmi sloma.....	22
4.1. Uvod.....	22
4.2. Slom luka pod koncentriranim opterećenjem.....	24
4.3. Slom luka zbog pomaka oslonaca.....	25
4.4. Zidani lukovi izloženi potresnom opterećenju.....	27
5. Jednostavni fizikalni modeli.....	28
6. Zaključak.....	32
7. Literatura.....	33

1. Uvod

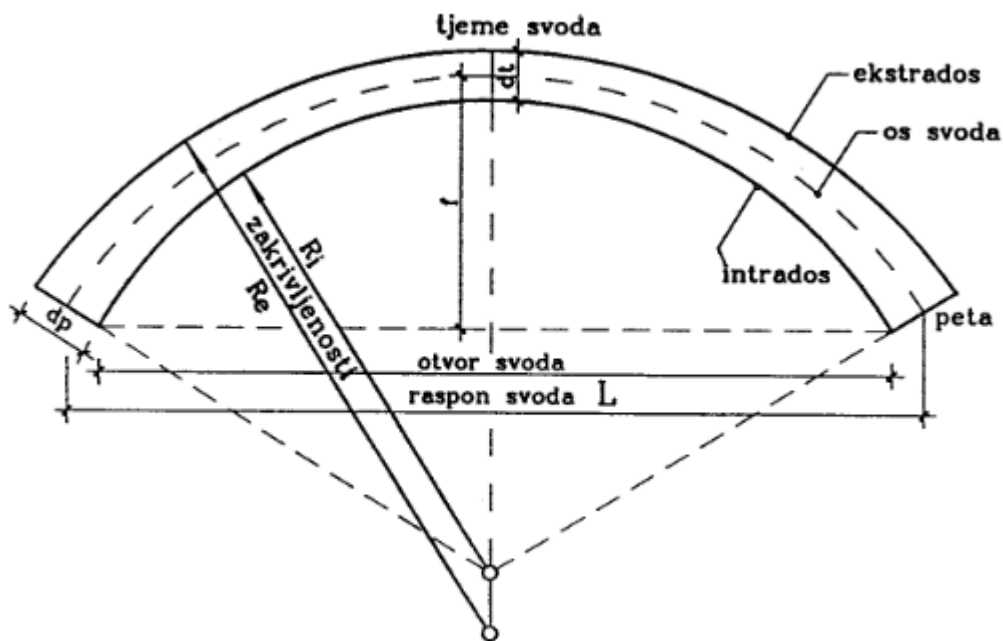
1.1. Općenito o lukovima

Luk je konstrukcijski element koji je osobit po tome što je pretežito opterećen na tlak. Luk je zapravo zakrivljena greda konveksnoga oblika, pa ima određene prednosti nad tradicionalnom gredom. Opterećenje na tradicionalnu gredu uzrokuje pojavu momenta savijanja, a u samoj gredi se javljaju tlačna i vlačna zona. Greda se vertikalnim opterećenjima odupire vertikalnim reakcijama na osloncima. Formiranjem luka u njemu nastaje tlačna sila kojom se ostvaruje prijenos vanjskog vertikalnog opterećenja. Na osloncima luka se javljaju horizontalne i vertikalne reakcije. Momenti savijanja kod lučnoga se nosača znatno smanjuju, a u idealnom slučaju potpuno iščezavaju.



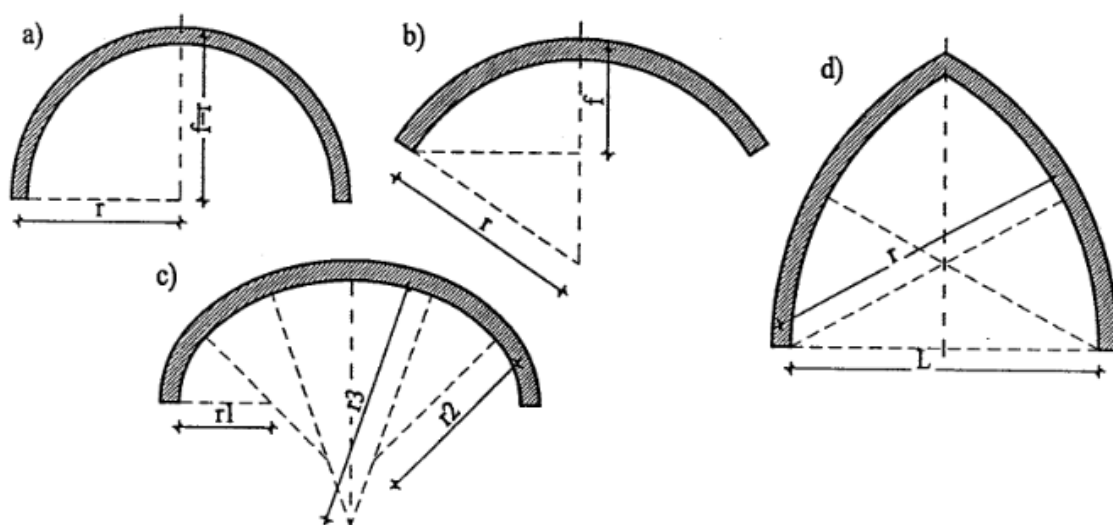
Slika 1. a) U idealnom slučaju luk je opterećen centričnom tlačnom silom (1), dok u stvarnosti tlačna sila djeluje ekscentrično (2) **b)** isto vanjsko opterećenje u gredi izaziva moment savijanja tj. i tlačna i vlačna naprezanja

Najvišu točku luka tj. područje oko nje nazivamo tjeme luka, a dio luka oko oslonaca su pete luka. Strelica svoda (f) je vertikalni razmak tjemena i pete luka. Raspon luka (L) je horizontalni razmak središta ležajnih ploha, a otvor luka je horizontalni razmak između krajnjih točaka intradosa. Intrados je linija unutarnjega ruba luka, a ekstrados je linija vanjskog ruba luka. Parametar kojim često opisujemo luk njegova je spljoštenost ili plitkost, a predstavlja omjer strelice i raspona (f/L).



Slika 2. Osnovni dijelovi luka

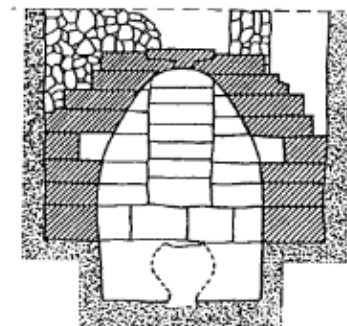
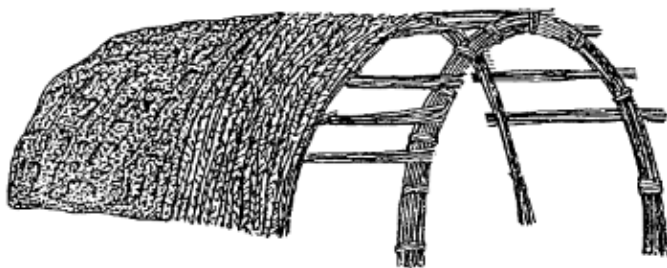
Lukove možemo podijeliti prema nekoliko kriterija. Prema materijalu kojim su građeni lukove možemo podijeliti na kamene, zidane, drvene, betonske, metalne i spregnute. Osobitost zidanih lukova je slaba nosivost na vlak. Prema statičkom sustavu lukove dijelimo na upete (nemaju zglobove), jednozglobne (zglob u tjemenu), dvozglobne (zglobovi u petama) i trozglobne (zglobovi u petama i tjemenu). Što se tiče oblika samog luka lukove možemo podijeliti na polukružne, segmentne, trokutaste, šiljaste, plosnate, eliptične itd.



Slika 3. Oblici luka **a)** polukružni luk **b)** segmentni luk **c)** luk s tri centra zakrivljenosti **d)** šiljasti luk

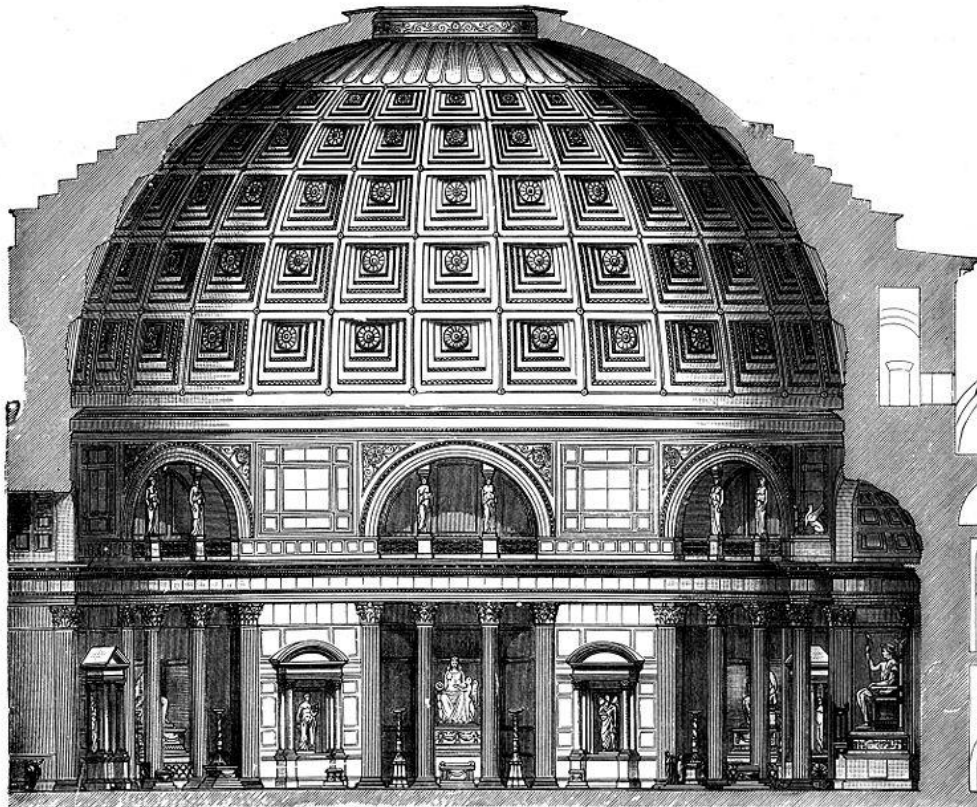
1.2. Pregled razvoja i primjene luka kroz povijest

Luk je jedan od najstarijih sustava za svladavanje većih raspona, te je kroz najveći dio povijesti bio glavni način prenošenja opterećenja i premoštavanja prepreka. Pretpostavlja se da su prvi lukovi i svodovi nastali na tradiciji građenja blatom i trskom na prostorima Mezopotamije. Graditelji su povezivali trsku u snopove te od njih formirali jednostavne lukove koji su dodatno međusobno povezivani vodoravnim snopovima. Takav jednostavni skelet potom bi bio pokriven blatnim pločama. U slučaju požara blato bi se dodatno stvrdnulo (proces sličan pečenju gline) i ostalo stajati bez trščanoga skeleta. Arheološka nalazišta u gradu Uru upućuju na to da su prvi ovakvi lukovi načinjeni pred kraj kamenoga doba oko 4000 godina p. K., a prvi nađeni opečni lukovi datiraju iz razdoblja oko 3000 godina p. K. Sumerski su graditelji gradili kamene konzolne svodove koji su građeni uporabom skela, a sami kameni blokovi bili su međusobno povezani bitumenom. Pronađeni su svodovi građeni na ovaj način raspona do 3,6 metara.



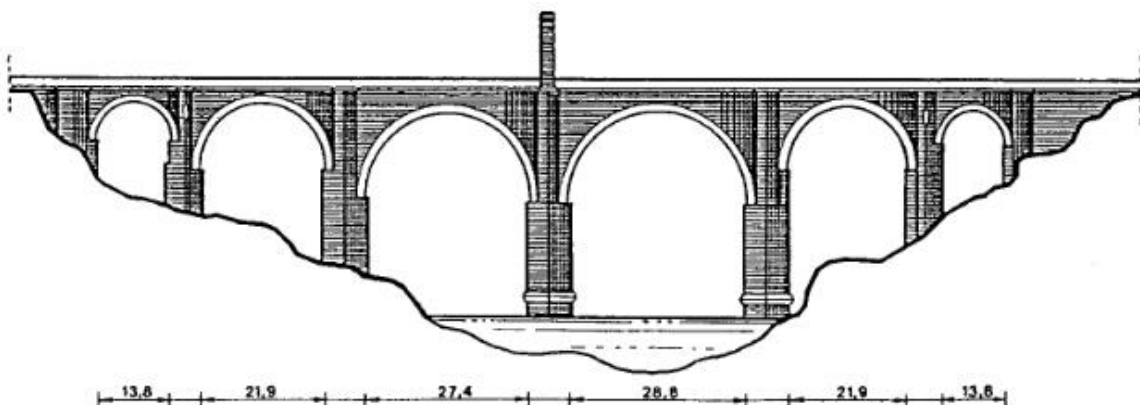
Slika 4. a) svod na trščanom skeletu **b)** nacrt sumerskog kamenog svoda

Na tlu Europe prvi su luk upotrebljavali stari Grci i Etruščani od kojih su Rimljani preuzeli stečena znanja te dodatno usavršili gradnju lukova, svodova i kupola. Rimljani su nam u nasljeđe ostavili preko 400 svođenih mostova i akvadukata koji se pouzdano mogu smjestiti u razdoblje od 174. g. p. K. do 260. g. po. K., a mnogi od njih i danas služe svojoj početnoj namjeni što govori o graditeljskim vještinama starih civilizacija. Luk je osim u gradnji prometne i komunalne infrastrukture primjenjivan i u gradnji svjetovnih i sakralnih objekata te tako možemo spomenuti Panteon čija je glavna odlika betonska kupola promjera 43,5 m. Težina same kupole prenosi se pomoću osam masivnih zidanih lukova. Panteonova kupola i danas je gotovo 2000 godina nakon izgradnje najveća nearmirana betonska kupola na svijetu.



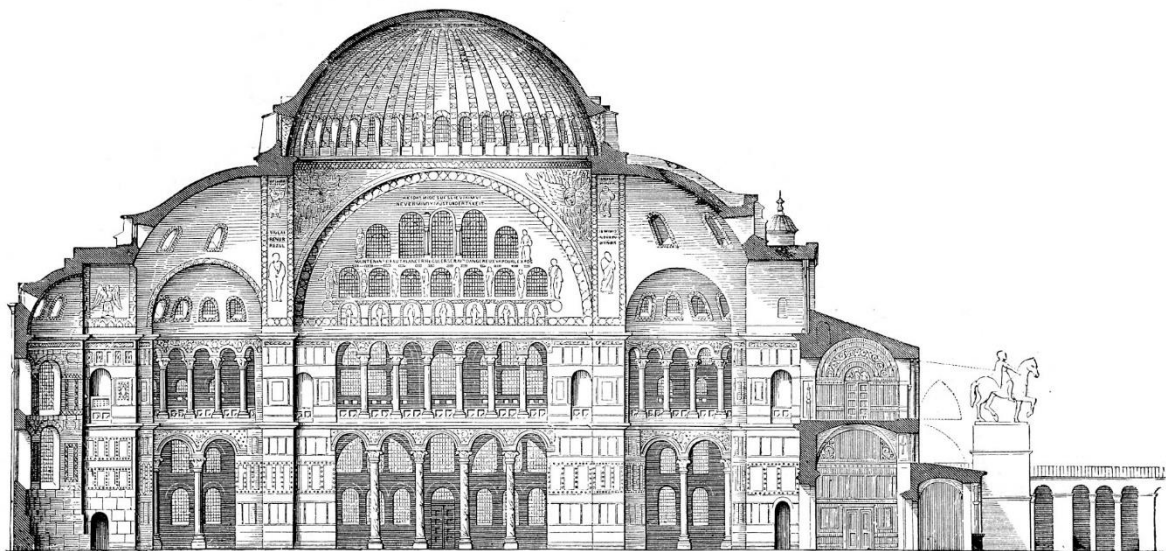
Slika 5. Presjek rimskog Panteona

U većini starorimskih mostova kao konstruktivni element upotrijebljen je polukružni luk, dok je rjeđe upotrebljavan i segmentni luk. 70% sačuvanih mostova raspona je manjeg od 12,5 m, a 90% ima raspon manji od 21 m. Najveći raspon je ostvaren na segmentnom mostu Svetog Martina u sjevernoj Italiji koji doseže 35,6 m. Valja spomenuti kako su Rimljani pored konvencionalnih građevinskih materijala poput kamena, drva i opeke u graditeljstvo uveli beton koji je znatno pridonio trajnosti rimskih građevina.

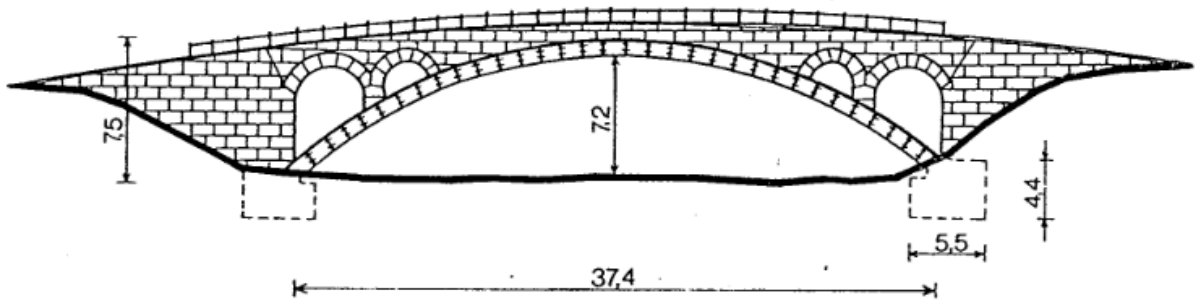


Slika 6. Starorimski Trajanov most kod Alcantare

Padom Zapadnoga Rimskog Carstva 476. g. po. K. na tlu Europe stagnira razvoj znanosti i umjetnosti, pa tako staje i razvoj lučnih konstrukcija. Unatoč svemu znanja starih su Rimljana sačuvana na području Istočnoga Rimskog Carstva odakle su se širila Putem svile preko Bliskog Istoka sve do područja Kine. Vrijedan je primjer lučne konstrukcije u Kini segmentni most An-Chi raspona 37.4 m završen oko 600. g. po. K. koji pokazuje određena unapređenja u odnosu na starorimske mostove. Možemo uočiti da se kod mosta An-Chi štedni otvori nalaze iznad lukova dok su se kod rimskih mostova oni nalazili samo iznad stupova. U europskoj se mostogradnji štedni otvori nad lukom pojavljuju tek u 14. st. što je dokaz umijeća kineskih graditelja. Most An-Chi odlikuje i velika spljoštenost segmentnoga luka (0.192). Usponom arapske kulture razvija se i tamošnje graditeljstvo, te Arapi proširuju uporabu šiljastog luka koji postaje neizostavno obilježje arapske arhitekture na svim poljima. Najznačnija struktura Istočnog Rimskog Carstva ili Bizanta u ovom razdoblju je Crkva Svete Mudrosti ili Aja Sofija u Konstantinopolu koju krase centralna bizantska kupola koja se oslanja na pandative i dvije polukupole.

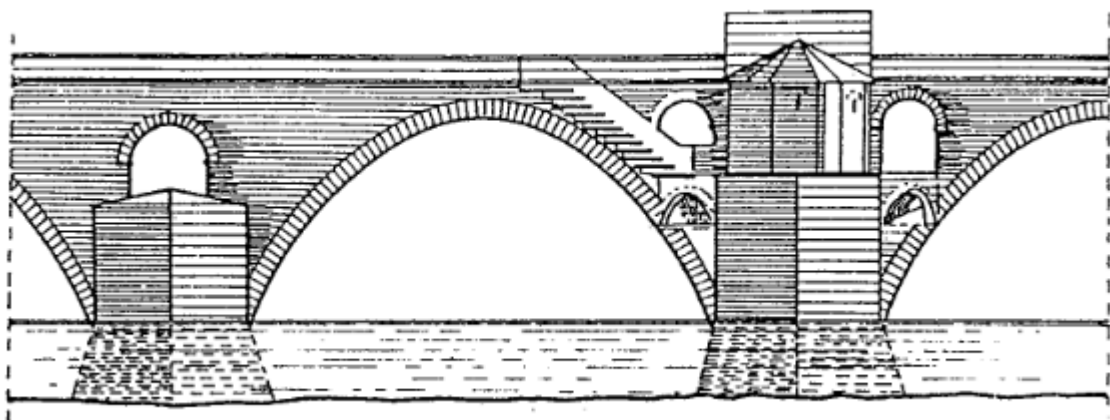


Slika 7. Crkva Svete Mudrosti ili Aja Sofija



Slika 8. Most An-Chi preko rijeke Chiao, provincija Hopei, Kina

Ponovni procvat europskoga graditeljstva nastupa u 11. st. pojavom romanike, a nešto kasnije i gotike, prvih velikih europskih umjetničkih pokreta. Gotika nastaje na tlu Francuske i sjevera Europe, a osobita je po tome što uvodi šiljasti luk u europsko graditeljstvo. Iz šiljastog luka dalje izvodimo križne i križno-rebraste svodove. Zbog velikih horizontalnih sila koje su ovakvi svodovi prenosili na vanjske zidove počinju se u gotičkim katedralama upotrebljavati sustavi kontrafora i lebdećih upornjaka. Razvoj mostogradnje nastavljen je mostom Johana Benezeta u Avignonu koji je po prvi puta upotrijebio luk koji sačinjava tri kružna odsječka s tri različita središta. Takav luk je napredniji od dotadašnjih segmentnih ili polukružnih lukova. U narednih par stoljeća izgrađen je velik broj lučnih mostova u Europi no bez vidljivije prijelomnice u tehničkim značajkama izuzevši par pojedinaца koji za to vrijeme iznose napredne ideje. Tako Leonardo da Vinci uviđa da je veličina potiska luka ovisna o njegovom obliku te daje idejno rješenje za premoštavanje tristometarskog tjesnaca u Istanbulu, a Faust Vrančić predlaže da se potisak lučnog mosta preuzme željeznim zategama.



Slika 9. Pogled na most u Avignonu, prvi luk sačinjen od tri kružna odsječka s tri različita središta

Razvojem tehničke mehanike u 17. i 18. stoljeću graditeljstvo postaje inženjerska znanost, te se građevinske konstrukcije počinju sustavno proračunavati. Kombinacija razvitka znanosti i Prve industrijske revolucije koja sa sobom donosi masovnu proizvodnju lijevanoga željeza dovodi do gradnje prvih metalnih mostova. Prvi je takav most bio lučni raspona 30 m, a sagrađen je prijeko rijeke Severn u Engleskoj 1779. godine. Daljnom industrijalizacijom Europe i sustavnim širenjem željezničke mreže bilo je potrebno graditi mostove sve većeg raspona za što je kao materijal željezo bilo pogodnije od tradicionalnih kamena i opeke. Uz početak masovne proizvodnje čelika u Engleskoj je otkriven Portland cement, a Francuzi Lambot i Monier su krajem 60-ih godina 19. stoljeća izveli prve armirano betonske konstrukcije. Nova otkrića i masovna upotreba čelika i armiranoga betona gotovo su u potpunosti istisnula izvedbu velikih zidanih lučnih mostova već početkom 20. stoljeća. U 20. st. sagrađen je velik broj lučnih mostova koji su iskoristili kompletan potencijal luka. Razvitkom mostogradnje i drugih oblika nosivih konstrukcija shvaćeno je da luk optimalan za premošćivanje raspona do 500 metara.



Slika 10. Most prijeko rijeke Spey u Škotskoj, 1813. g. Prvi moderni metalni most



Slika 11. Most Chaotianmen, Chongqing, Kina, lučni most najvećeg raspona na svijetu (552 m)

2. Analiza zidanih lukova

2.1. Svojstva ziđa

Ziđe je kao građevni materijal upotrebljavano još od vremena starih civilizacija upravo zbog svoje jednostavnosti i ekonomičnosti građenja. Zidanje je vještina koja prati odavno poznate obrasce i načine izvedbe, ali ujedno ima i određena ograničenja i zahtjeve koje je potrebno poznavati kako bismo ostvarili zahtjeve sigurnosti. Jacques Heyman je proučavajući poznata ograničenja ziđa definirao tri principa koja su opće prihvaćena:

- 1) ziđe ima beskonačno veliku tlačnu čvrstoću
- 2) ziđe praktički ne posjeduje vlačnu čvrstoću
- 3) klizanje je nemoguće

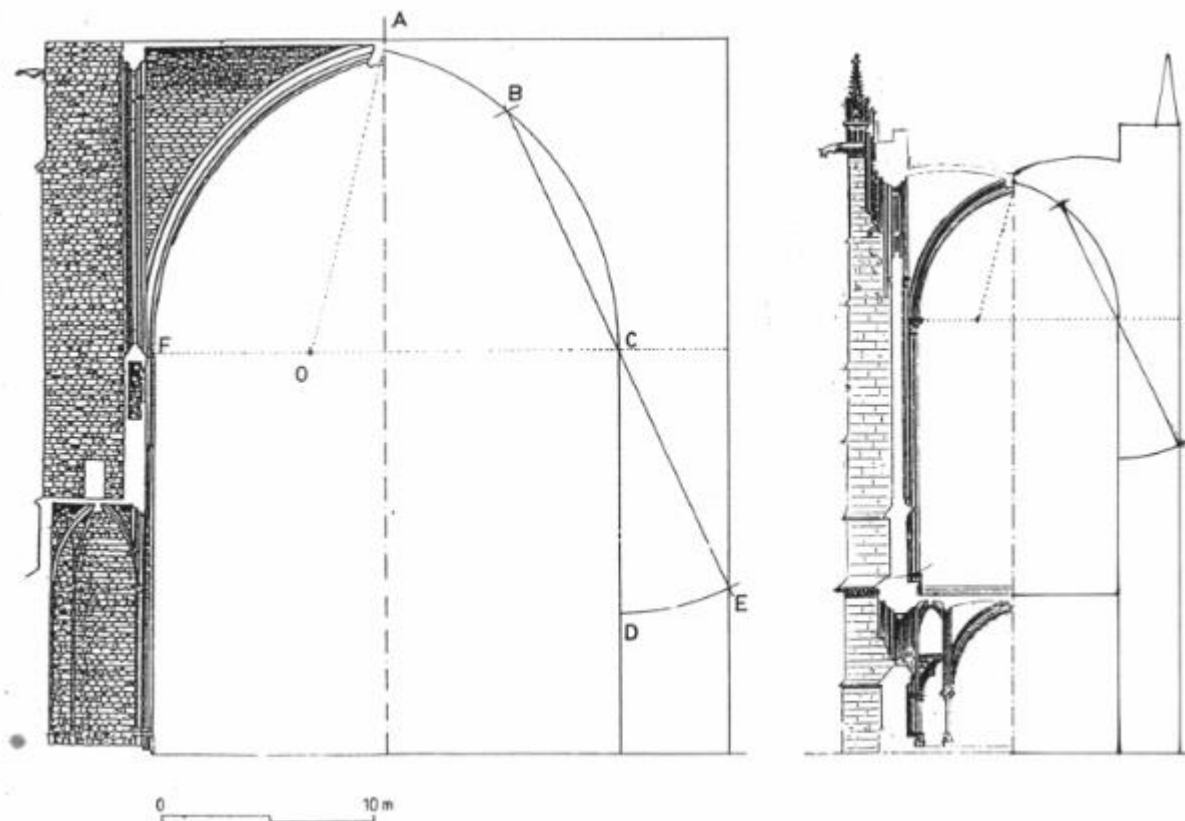
Vlačna čvrstoća je zanemariva zbog svojstva veziva tj. morta kojim je ziđe povezivano, a klizanje je onemogućeno velikim koeficijentom trenja koji se kreće oko vrijednosti 0.5 ($\mu \cong 0.5$).

2.2. Pristupi izvedbi lukova

Prilikom izgradnje lukova treba riješiti dva temeljna problema, lukovi moraju biti stabilni te je potrebno na siguran način prenijeti potisak do temelja koji ga mogu preuzeti bez dislokacija. Kroz vrijeme graditelji su ove probleme rješavali na razne načine.

Počevši od antičkih vremena graditelji su pristupali izgradnji lukova s jednostavnog matematičkog gledišta tj. proporcionalnom metodom. To je u biti značilo da je debljina luka ili potpornog zida unaprijed određeni dio raspona neovisno o tome je li raspon 10 m ili 100 m. Uzimani su u obzir različiti oblici luka, ali je pristup izgradnji lukova više manje počivao na istim principima. Kao i danas bitno je bilo zadovoljiti stanje ravnoteže i stabilnosti što je jednostavnom metodom proporcionalnosti i postizano, čemu su dokaz dominantne građevine iz prošlosti utemeljene na konstrukciji luka koje i danas stoje te imponiraju svojom veličinom i grandioznošću. Glavni je parametar proporcionalnosti oduvijek bio raspon luka ili svoda, a koeficijenti umanjenja debljine luka ili potpornih zidova razlikovali su se po epohama. U gotičkoj gradnji prostori su bili otvoreniji, jer je bilo zadano da debljina potpornih zidova bude 1/4 raspona, a primjerice u renesansi je taj omjer iznosio između 1/3 i 1/2 raspona.

Uz proporcionalnost u vrijeme kasnoga srednjeg vijeka primjenjivana je i geometrijska metoda koja se također temeljila na jednostavnim principima. Metoda je detaljno prikazana na slici 12. Intrados treba podijeliti na tri dijela, pa zatim spojiti jednu od točaka dobivenu dijeljenjem luka (točka B) s petom luka (točka C). Potom dobivenu duljinu BC prenesemo na nastavak pravca od točke B, te na taj način dobivamo potrebnu debljinu potpornoga zida ili stupa.

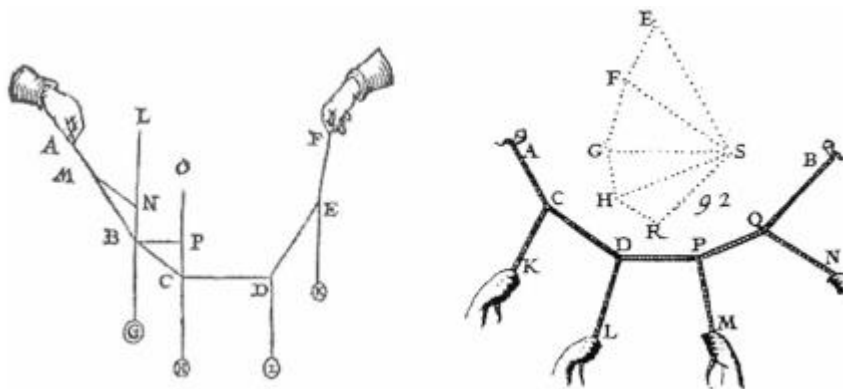


Slika 12. Gotička geometrijska pravila za oblikovanje potpornih zidova

2.3. Grafičke metode rješavanja problema stabilnosti

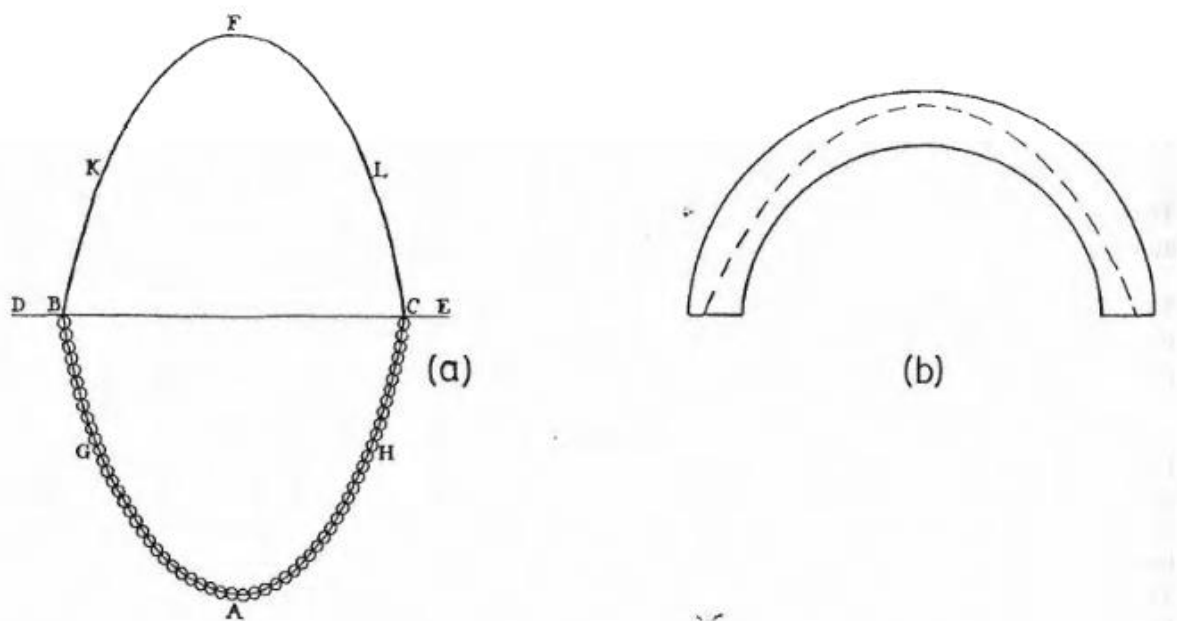
Počevši od 17. stoljeća razni su znanstvenici počeli dolaziti do znanstvenih teorija koje su u kasnijim stoljećima matematički dokazane, a daju analitička rješenja tj. metode kojima je moguće matematički dokazati stanja ravnoteže i otpornosti. Do početka 20. stoljeća u inženjerskoj praksi su pretežito upotrebljavanje grafičke metode razvijene u prethodnim stoljećima, a potom primat preuzimaju metode utemeljene na postavkama teorije elastičnosti. Zadnjih godina uočena je nova mogućnost upotrebe grafičke statike primjenom računala tj. interaktivnih programa koji iskorištavaju očite prednosti metoda grafičke statike.

Zahvaljujući Simonu Stevinu i njegovom pravilu paralelograma koje je uvedeno u 16. stoljeću bilo je moguće grafički dokazati stanje ravnoteže pomoću vektora sila i zatvorenih poligona sila. Na ovaj način su se po prvi puta odredile sile u užetu pri pokusu prikazanom na slici 13. u kojem vješamo utege o užu. Carl Culmann je u svom djelu *Die graphische Statik* uveo nova načela i metode kojima je bilo moguće riješiti razne statičke sisteme poput lukova, ovješanih kablova, rešetaka itd.



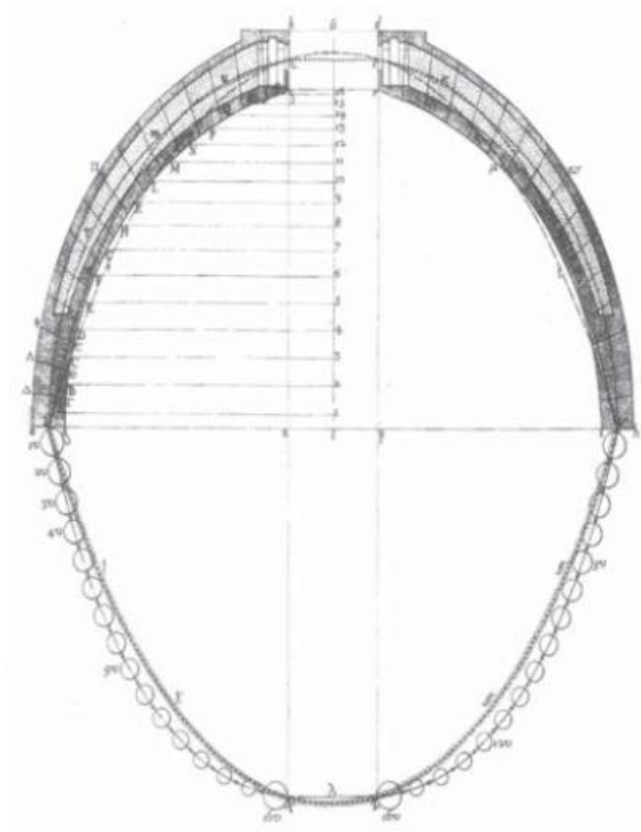
Slika 13. a) Stevinov princip ravnoteže sila b) Varignonov princip

Robert Hooke je zapamćen kao jedan od najistaknutijih znanstvenika 17. stoljeća, te je dao svoj obol u mnogim znanstvenim poljima. Graditeljstvu je doprinio tako što je 1675. godine iznio prvu točnu analizu ponašanja zidanih lukova. Uočio je vezu između ovješena lanca (užeta), koji poprima oblik lančanice, i luka. Lančanica je element pod vlakom uzrokovanim vlastitom težinom dok je luk tlačni element također opterećen vlastitom težinom. Hooke je rekao: „Kao što visi ovješena nit, isto tako će, ali obrnuto stajati kruti luk.“ Iako je znao da je njegova teorija točna Hooke nije mogao matematički izvesti jednadžbu lančanice. Godine 1697. David Gregory izdaje rad u kojem razrađuje Hookeove zamisli. Hookeova ideja po prvi put konkretizira ideju tlačne linije prikazavši da je oblik koji opterećena nit poprima jednaka obrnutoj i simetričnoj liniji u luku, opterećenom istim teretom kao i nit, koja predstavlja liniju prijenosa tlačnih sila. Gregory u svom radu ističe da će luk biti stabilan ako se lančanica koja je obješena na rasponu luka i potom obrnuta nalazi unutar kontura luka.



Slika 14. a) Hookeova veza između luka i lančanice **b)** Prikaz Gregoryeve teze o stabilnosti luka

Nije prošlo puno vremena, a Hookeove i Gregoryeve ideje bile su iskušane u praksi. Papa Benedikt XIV. je 1740-ih naručio ekspertizu koja bi trebala sa stručnog gledišta utvrditi razloge pojave pukotina na kupoli Bazilike svetog Petra u Rimu. Ovo je bila prva stručna ekspertiza koja je pristupila problemu stabilnosti kupole. Tri znamenita matematičara onog doba Le Seur, Jacquier te znameniti hrvatski znanstvenik Ruđer Bošković, u svojoj su studiji 1742. zaključili da je do pukotina došlo zbog laganog izmicanja uporišta kupole pod znatnom vlastitom težinom. Giovanni Poleni je godinu dana nakon tri matematičara primjenio teze Hookea i Gregorya analizirajući isti problem. Podijelio je kupolu na 40 polumjeseca, a svaki polumjesec na dodatnih 16 blokova čije je težine znao jer su bile izračunane u prvoj ekspertizi Le Seura, Jacquiera i Boškovića. Poleni je zatim o lančanicu objesio utege proporcionalne težinama blokova polumjeseca te tako dobio oblik koji je obrnut ulazio u konture zidanog luka (iako nit nije poprimala oblik lančanice zbog drugačijih težina različitih dijelova kupole) . Poleni je zbog toga zaključio da je kupola sigurna, ali je i predložio inovativno rješenje kojim bi se kupolu učvrstilo s pet željeznih prstenova te tako spriječila daljna degradacija kupole.



Slika 15. Polenijeva analiza stabilnosti kupole Bazilike sv. Petra

2.4. Suvremene grafičke metode rješavanja problema stabilnosti

Nova vremena zajedno s razvitkom računalnih sustava omogućila su značajnu upotrebu grafičke statike nepravedno zanemarene kroz 20. stoljeće. Na cijeljenom američkom sveučilištu MIT-u Greenwold i Allen 2003. godine razvijaju program Active Statics koji kroz internetske vodiče s implementiranom grafičkom statikom analizira i približava probleme vezane uz zidane lukove. Nadovezujući se na njihov rad Block razvija metode za proučavanje problema ravnoteže. Temeljni parametar na kojem se zasnivaju navedeni programi tlačna je linija koja pomaže pri shvaćanju ponašanja i sigurnosnih zahtjeva tradicionalnih zidanih konstrukcija. Ovim analizama možemo odrediti parametre pri kojima je konstrukcija stabilna, ali je isto tako moguće dovesti konstrukciju u stanje sloma te na taj način dobivamo sigurnosne parametre i vrijednosti koje ne smiju biti premašene. Ovaj način pristupa provjeri stabilnosti kombinira prednosti grafičke analize i znanstvena dostignuća ostvarena na polju matematičkih dokaza problema statike. Tako u jednom programu kontroliramo geometriju konstrukcije (npr. luka), ali i zadajemo opterećenja tj. vlastitu težinu same konstrukcije. Korisniku je omogućeno da sam unosi sve parametre poput geometrijskih značajki, debljine luka, radijusa itd. Prednost je što su nove metode interaktivne, ali su ujedno i numerički točne kako bi se konačan rezultat mogao primijeniti u stvarnosti.

Block navodi tri nove ideje koje su sastavni dio suvremenih grafičkih metoda:

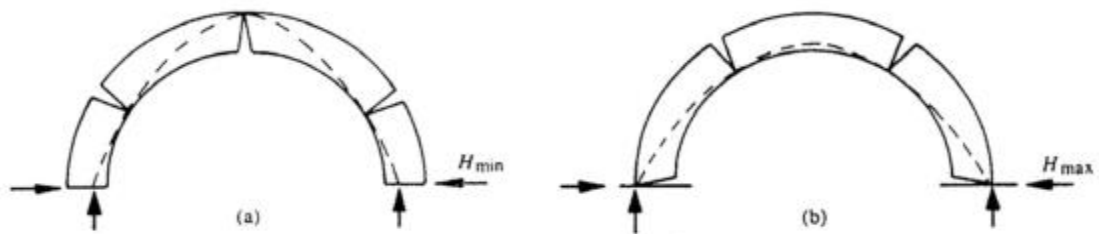
- 1) interaktivna grafička statika
 - modeli se kreiraju pomoću jednostavnih programa kojima se ostvaruje visoka preciznost pri crtanju te omogućava višestruka upotreba istog model bez potrebe za ponovnim crtanjem
- 2) opterećenja su povezana s geometrijskim značajkama
 - promjenom dimenzija presjeka konstrukcijskog elementa program redefinira vlastitu težinu elementa te u skladu s time mijenja nanoseno opterećenje
- 3) grafički prikazana kinematika
 - u obzir se uzima i mogućnost stvaranja kinematičkog lanca koji je zorno prikazan sa svim pripadajućim pomacima

Navedene ideje su implementirane u napredne programe za rješavanje statike odnosno stabilnosti.

3. Tlačna linija

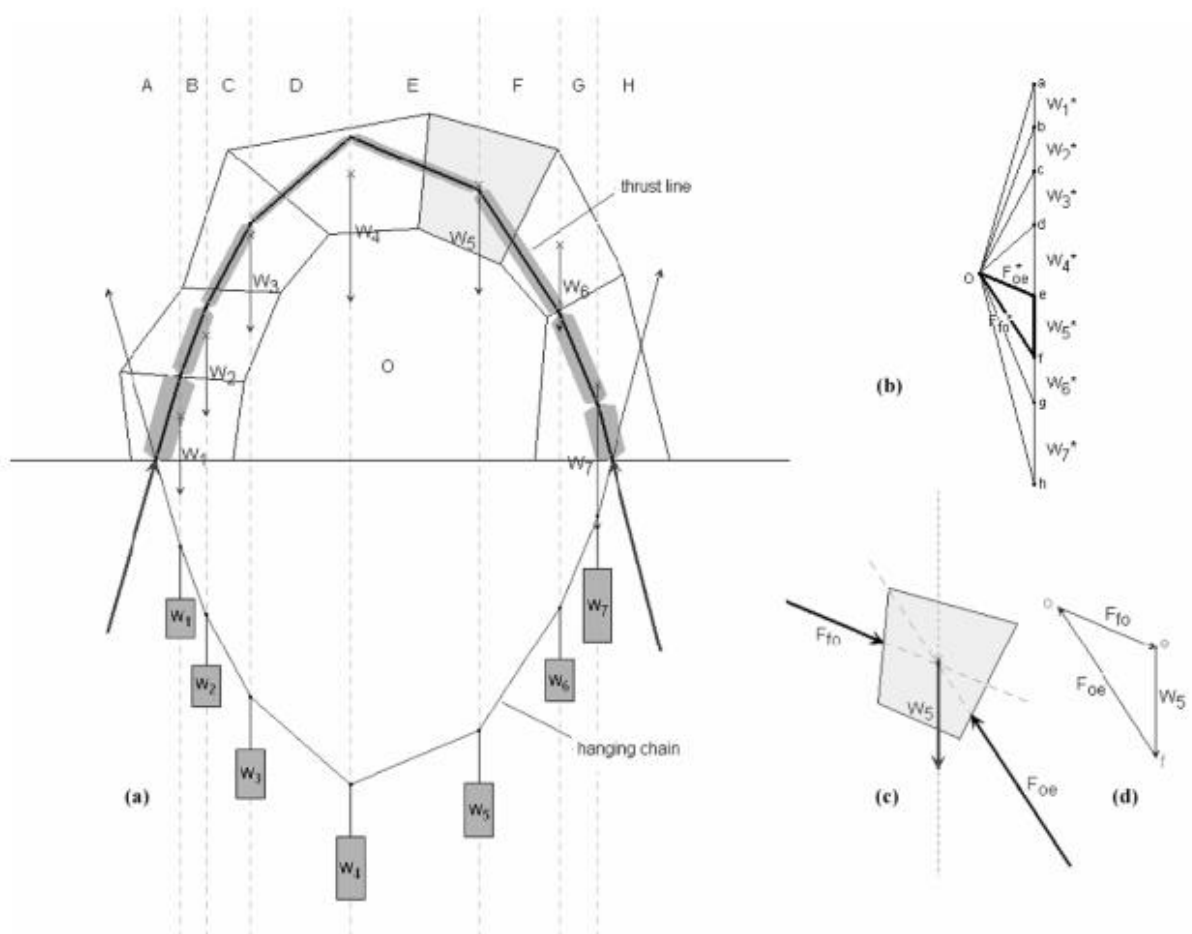
3.1. Definicija tlačne linije

Tlačna linija je teorijska linija koja spaja hvatišta tlačnih sila u svakom presjeku luka. Zidani luk stabilnost postiže samo ako se opterećenje prenosi na pravilan način. Primarno opterećenje luka je vlastita težina koja uzrokuje pojavu tlačnoga naprezanja u luku koje treba provesti lukom do temelja. Tlačno se naprezanje prenosi tlačnim silama koje su rezultante naprezanja na dodirnim plohama između dva zidana bloka. Geometrijska točka na dodirnoj plohi u kojoj djeluje tlačna sila naziva se centar potiska. Upravo dvije tlačne sile koje djeluju s obje strane bloka na dodirnim plohama održavaju stabilnost jer formiraju zatvoreni trokut sila sa silom koja predstavlja vlastitu težinu bloka. Tokom sila se sva tlačna naprezanja prenose do pete luka gdje se javlja sila koja je rezultanta tlačnih sila pripadne polovice luka. Ona djeluje na dodirnoj plohi pete luka i oslonca, a naziva se potisak luka. Oslonci luka moraju izdržati nametnuti potisak te je kroz povijest gradnje lukova glavni problem bio siguran prijenos potiska s luka na potporne zidove, stupove ili temelje. Tlačnu liniju je najjednostavnije odrediti kao spojnicu svih centara potiska luka. Oblik tlačne linije ovisi o geometriji luka, opterećenjima i broju kinematičkih zglobova. Za održavanje stanja stabilnosti luka ključno je da se tlačna linija nalazi unutar kontura luka tj. da je sadržana u luku. Idealni položaj tlačne linije je kada se ona podudara s osi luka pa ne dolazi do pojave momenata savijanja. Podrobnijim proučavanjem tlačnih linija postaje jasno da luk dovoljne debljine može sadržavati neograničen broj različitih tlačnih linija te se tako nameće problem preciznog utvrđivanja same linije koje ćemo objasniti u kasnijim primjerima. Iako je određivanje tlačne linije svojevrsan problem, vrlo lako možemo odrediti njezine dvije granične vrijednosti tj. granične oblike kojima odgovara stanje maksimalnoga i minimalnog pritiska što je prikazano na slici 16. Minimalni potisak je najmanja moguća tlačna sila kojom konstrukcijski element pritišće oslonce, a maksimalni potisak je najveća moguća tlačna sila koju element može prenijeti bez narušavanja stabilnosti. Luk je element visoke tlačne nosivosti (praktički neograničene) pa stoga iznos maksimalnog potiska određuje čvrstoća građevnog materijala od kojega je luk izgrađen ili stabilnost potpornih zidova odnosno temelja. Primjećujemo pojavu pukotina koje su zapravo zglobovi o kojima ćemo nešto kasnije kada budemo opisivali granična stanja nosivosti luka i njihove mehanizme sloma.



Slika 16. Tlačne linije polukružnog luka **a)** minimalni potisak **b)** maksimalni potisak

3.2. Određivanje tlačne linije luka nepravilnog oblika grafičkom metodom



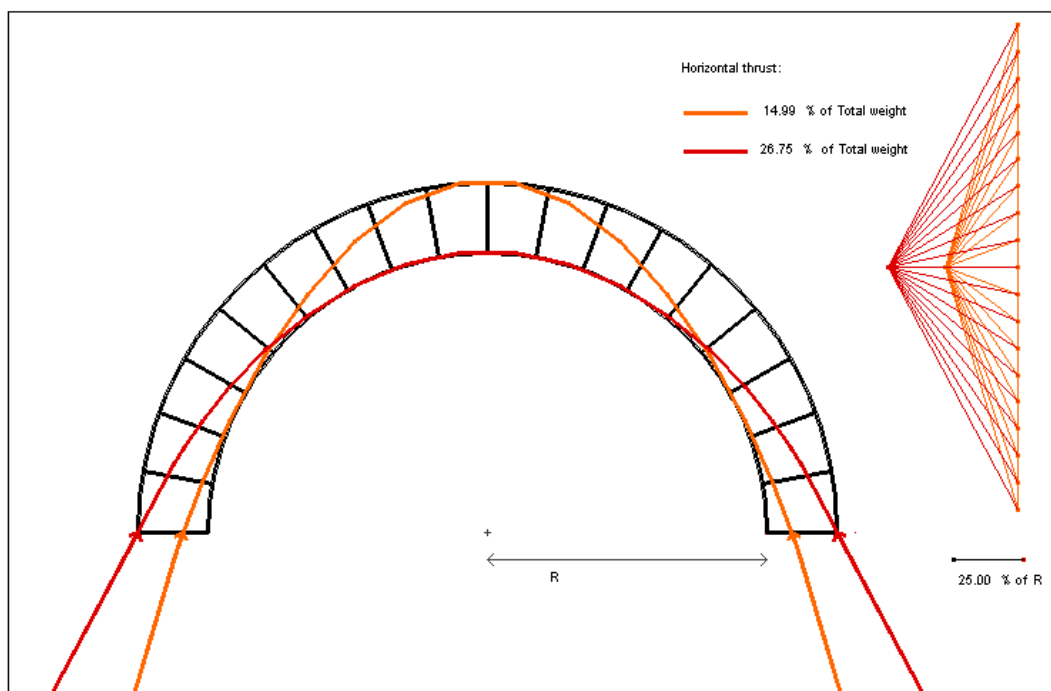
Slika 17. a) jedna od mogućih tlačnih linija te njezino ekvivalentno vlačno užo **b)** poligon sila **c)** prikaz ravnoteže bloka **d)** ravnotežni trokut sila bloka

Prikazat ćemo postupak određivanja tlačne linije pomoću grafičke metode primjenom poligona sila. Odabrani luk nepravilnog je oblika te ga prvo treba podijeliti na blokove. Luk je podijeljen na sedam blokova koji su različitog oblika, a u skladu s time i različitih težina. Također treba odrediti i težište svakog

pojednog bloka kako bismo mogli smjestiti sile w_n koje su proporcionalne težinama pripadajućih kamenih blokova. Udaljenost od pola O do linije ah (slika 17. b)) predstavlja horizontalni potisak luka. Pol spojimo sa silama w_n te dobivamo zrake poligona koje zatim vraćamo na skicu luka (slika 17. a)) tako da ih vučemo do pripadajućih pravaca (produžeci sila vlastite težine). Prikazano je i uže o koje su ovješene pripadajuće težine koje mu daju prikazani oblik. Primjetno je da uže ima isti, ali obrnuti oblik tlačne linije što je već opisana Hookeova analogija između luka i lančanice. Na skicama 17. c) i d) prikazana je ravnoteža pojedinačnih blokova. Trokut sila je izvučen iz poligona sila što je vidljivo na skici 17. b) gdje je navedeni trokut podebljan. Kako bi se postiglo stanje ravnoteže trokut sila mora zatvarati ravnotežni trokut. Važno je uočiti da pomicanjem pola O (promjenom iznosa horizontalnoga potiska luka) mjenjamo nagibe zraka u poligonu sila pa tako i konačni oblik tlačne linije. Ovo nam potvrđuje tezu da jedan luk može imati neograničen broj različitih tlačnih linija.

3.3. Određivanje i prikaz tlačne linije suvremenom interaktivnom grafičkom metodom (primjer polukružnog luka)

U poglavlju 2.4. opisali smo principe i ideje na kojima se novi interaktivni alati za proučavanje problema stabilnosti temelje, a sada ćemo na primjeru pokazati njihove mogućnosti. Na stranici <http://web.mit.edu/masonry/interactiveThrust> dani su jednostavni interaktivni modeli dostupni svim korisnicima radi boljeg i jasnijeg shvaćanja tlačnih linija te parametara koji na njih utječu. Primjenjeni nam model dopušta promjenu polumjera luka R (samim time raspona), debljine luka t , iznosa horizontalnog potiska H koji mijenjamo pomičući pol u poligonu sila te pomicanje tjemena tlačnih linija po vertikalnoj osi. Na slici 18. prikazane su tlačne linije polukružnog luka omjera debljine i radijusa (t/R) 25%. Minimalni i maksimalni potisci iznose 14,99% i 26,75% vlastite težine. Model je vrlo jednostavan, a njime se mogu raditi brze usporedbe različitih lukova te uspoređivati njihovu iskoristivost i ekonomičnost.

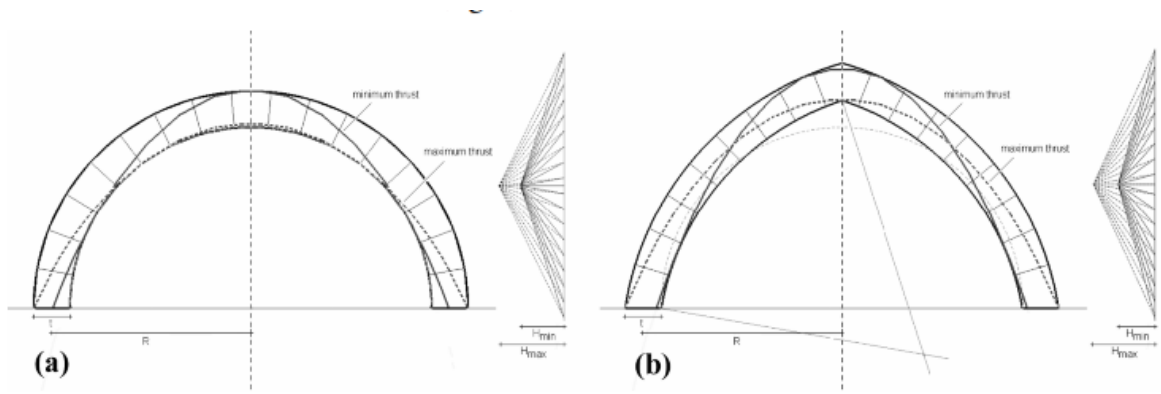


Change the thickness to radius ratio of the arch in the bottom right.
 Vary the thrust lines by dragging the pole of their force polygon and the point their top goes through.
 Compare the minimum and maximum thrust of an arch. (The maximum thrust is the most shallow line that fits the section.)
 Read out the thrust as a percentage of the self-weight of the arch.

Slika 18. Tlačne linije luka omjera debljine i radijusa (t/R) 25%

3.4. Usporedba polukružnoga i šiljastog luka

Usporedbu ćemo provesti promatrajući ponajprije tlačne linije dvaju različitih geometrijskih oblika luka. Već je navedeno kako se tlačna linija stabilnoga luka nalazi unutar područja koje zatvaraju tlačne linije maksimalnog i minimalnog potiska. Usporedba je provedena primjenom suvremene grafičke metode opisane u odlomku 3.3. Oba luka na slici 19. imaju isti omjer debljine i radijusa (t/R) koji iznosi 18%. Težina je dvaju lukova identična kako bi usporedba bila pravovaljana. Potisci su izraženi kao postotak vlastite težine te minimalni potisak za polukružni luk iznosi 16%, a maksimalni 25%. Pripadajuće vrijednosti potiska za šiljasti luk su 14% i 23%. Izvodimo zaključak da polukružni luk ima oko 15% veću nosivost na tlak od šiljastog luka.

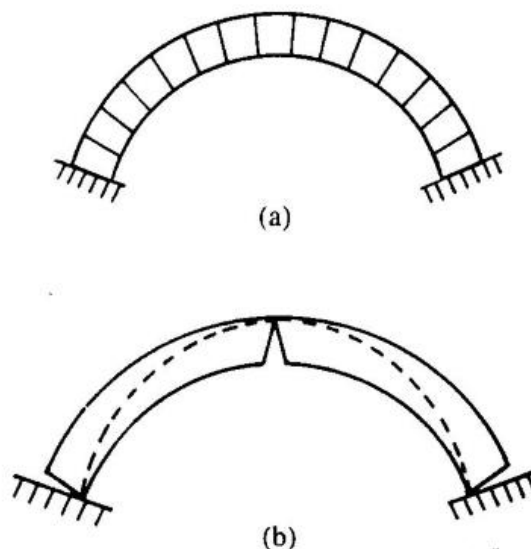


Slika 19. Usporedba uz prikaz tlačnih linija **a)** polukružnog luka i **b)** šiljastog luka

4. Granično stanje sloma i mehanizmi sloma

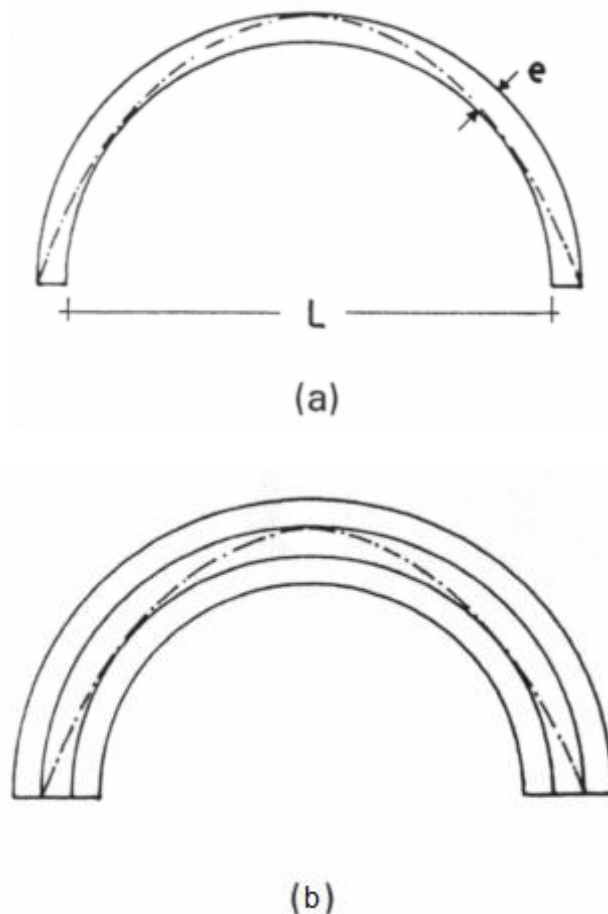
4.1. Uvod

Kako bismo opisali mehanizme sloma, prvo je potrebno poznavati kako do sloma dolazi tj. na koji način luk može iscrpiti svoju nosivost. Jedna od pretpostavki ziđa jest da ono posjeduje neograničenu tlačnu čvrstoću, što je u proturječju s činjenicom da dolazi do sloma primjerice zidanih lukova. Danas je jasno da do sloma ne dolazi zbog otkazivanja čvrstoće materijala nego zbog formiranja plastičnih zglobova. Tako ćemo i mi objasniti problem otkazivanja lukova koristeći se teorijom plastičnosti koju je konkretizirao Jacques Heyman 1966. godine. Do sloma konstrukcije će doći u slučaju formiranja dovoljnoga broja plastičnih zglobova. Recimo da je n stupanj statičke neodređenosti konstrukcije. Kako bi došlo do stvaranja mehanizma potrebna je formacija $n+1$ plastičnog zgloba. Zglobovi nastaju pod djelovanjem opterećenja ili kao posljedica pomaka i deformacija. Zglobovi se pojavljuju na mjestima gdje tlačna linija dodiruje rubne dijelove luka. Upeti luk je tri puta statički neodređena konstrukcija, pa je stoga za njegovo rušenje potrebna pojava četiri plastična zgloba. U slučaju formiranja tri plastična zgloba luk je statički određen te je stoga stabilan unatoč pojavi pukotina koje su manifestacija zglobova. Novonastalo stanje uzrokovano pomakom oslonaca formira jedinstvenu tlačnu liniju prikazanu na slici 20.



Slika 20. a) tri puta stat. neodređen luk **b)** stat. određen luk s pripadnom tlačnom linijom

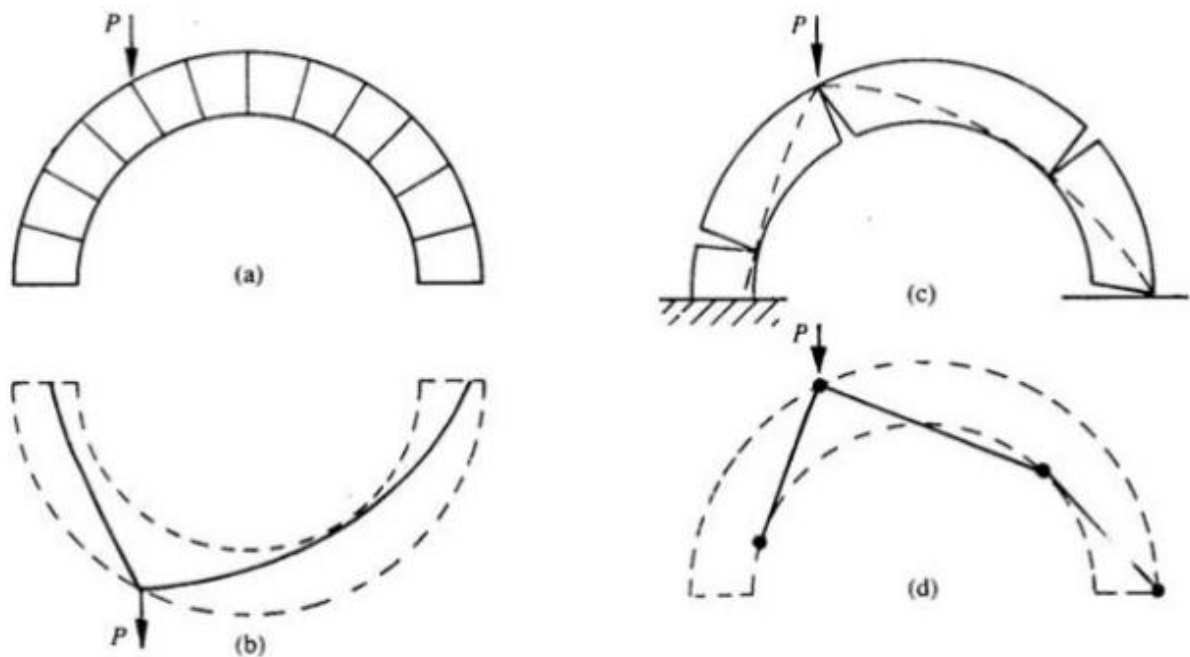
Nameće se pitanje kako osigurati zadovoljavajuću sigurnost lukova. Jasno je da su lukovi stabilni ako je tlačna linija sadržana unutar luka, no ne možemo se zadovoljiti samo tom konstatacijom. Rankine 1858. iznosi ideju da luk siguran ako se tlačna linija nalazi unutar srednje trećine luka iako nije pružio uvjerljive dokaze koji bi potkrjepili njegovu tezu. U drugoj polovici 19. stoljeća lukovi su konstruirani držeći se Rankineovog pravila, Najveća sigurnost se postiže kada se tlačna linija poklapa s osi luka. Heyman se bavi istim problemom te predlaže korištenje geometrijskoga faktora sigurnosti koji će za određenu vrijednost uvećati debljinu graničnog luka. Granični luk je nestabilna konstrukcija zbog formiranja najmanje $n+1$ plastičnih zglobova u koju je moguće ucrtati samo jednu tlačnu liniju. Ako je primjerice geometrijski faktor sigurnosti 2 onda je debljina projektiranog luka dvostruko veća od debljine graničnog luka.



Slika 21. a) granični luk **b)** siguran luk s tlačnom linijom sadržanom u srednjoj trećini

4.2. Slom luka pod koncentriranim opterećenjem

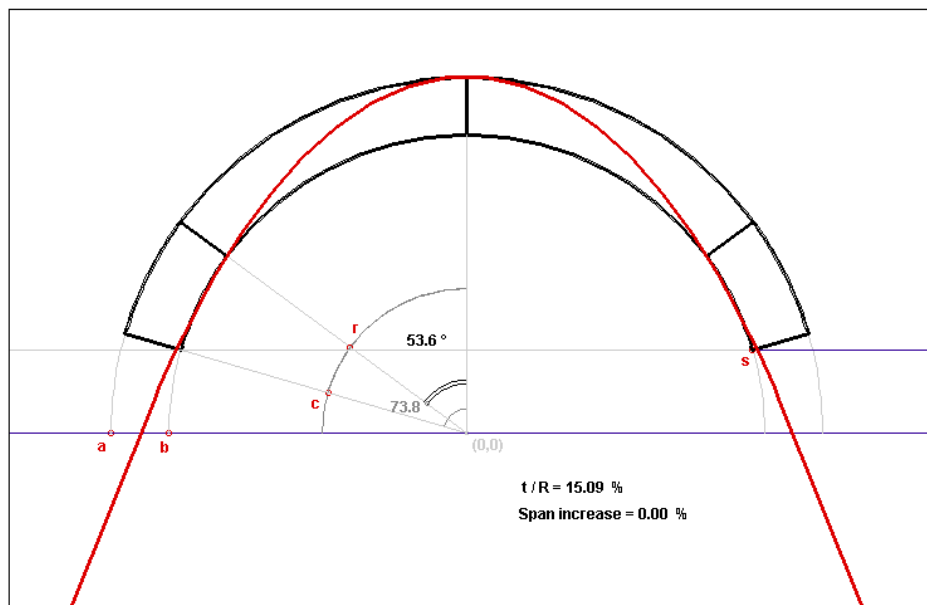
Po teoriji plastičnosti ako se nanese koncentrirano opterećenje dovoljnoga intenziteta na mjestu djelovanja navedene sile otvoriti će se plastični zglob. Upravo to djelovanje koncentrirane sile deformira stabilni oblik tlačne linije koja sada mora prolaziti kroz otvoreni plastični zglob. Kako je oblik linije promijenjen, ona u novonastaloj situaciji dodiruje još tri rubne točke luka što znači da su formirana ukupno četiri plastična zgloba pretvarajući sustav u mehanizam po principu $n+1$. Sustav je tako doveden u stanje sloma bez otkazivanja materijala.



Slika 22. a) prikaz prvobitnog stanja **b)** vlačno-tlačna analogija **c)** deformirana tlačna linija **d)** plastični zglobovi

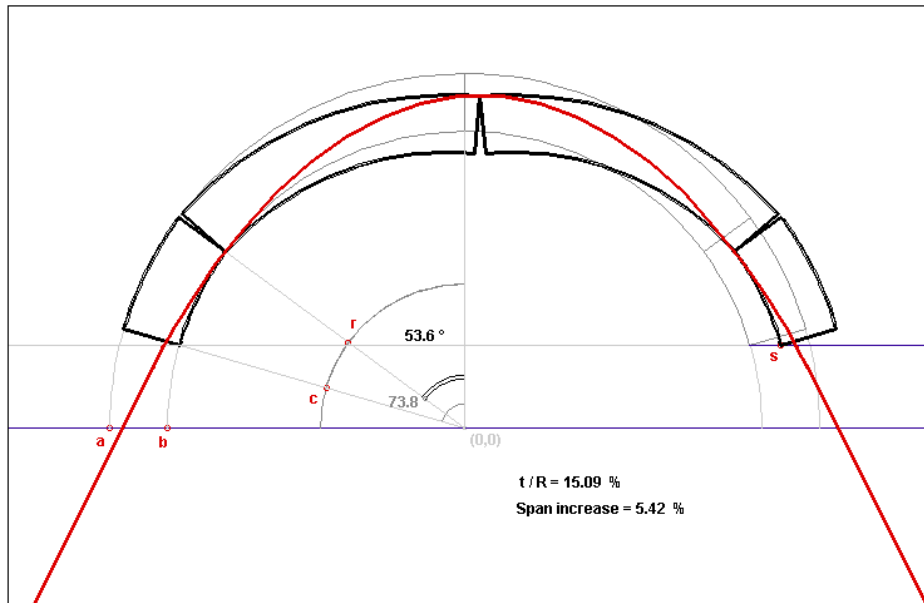
4.3. Slom luka zbog pomaka oslonaca

Pomaci oslonaca su najozbiljnija prijetnja stabilnosti luka. Većina slomova luka nastupa upravo zbog pomaka oslonaca koje ćemo detaljnije predložiti koristeći se suvremenim grafičkim metodama statičke analize budući da su rješenja stanja velikih pomaka, rješavana tradicionalnim analitičkim metodama, vrlo složena. U primjeru na slici 23. prikazan je polukružni luk koji stoji na osloncima kojima ćemo nametati pomak. Luk se prilagođava stanju pomaka tako što se otvaraju pukotine tj. plastični zglobovi koji određuju tlačnu liniju. Oslonci se šire i tako povećavaju raspon luka sve do trenutka formiranja četiri ili više zglobova koji se javljaju zbog toga što u luk više ne možemo upisati tlačnu liniju pa se na mjestima na kojima ona siječe konture luka javljaju zglobovi koji stvaraju mehanizam i dovode do sloma luka. Kroz ovaj primjer možemo pratiti promjene vrijednosti raspona od početnog stanja minimalnog potiska na slici 23. a) do stanja pred slom na slici 23. c). Veličina središnjeg kuta luka iznosi $147,6^\circ$, a omjer radijusa i debljine luka (t/R) je 15,09%. Raspon se povećao za 16,85% pred sam slom. Iz ovoga nam je jasno da pojava pukotina i povećanje raspona nisu nužno opasni budući da luk ima veliku rezervu nosivosti i može podnijeti velike deformacije prije nego što nastupi slom te nam tako ostaje dovoljno vremena za reagiranje i sanaciju luka.



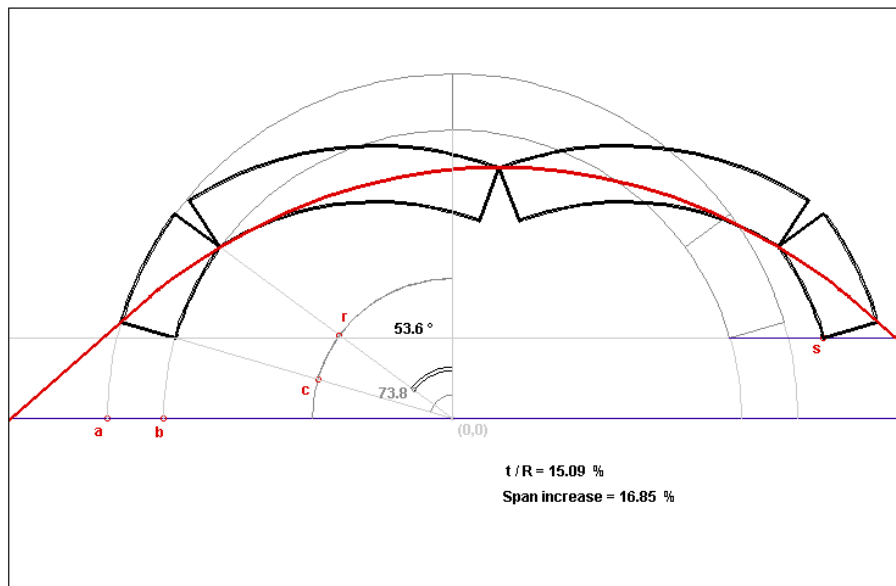
Points a and b change the geometry of the arch. Point c varies the angle of embrace.
The hinge locations can be moved with point r. Slide point s horizontally to simulate spreading supports.
The arch will collapse earlier than what is geometrically possible due to the thrust in it !

Slika 23. a) stanje minimalnog potiska



Points a and b change the geometry of the arch. Point c varies the angle of embrace.
 The hinge locations can be moved with point r. Slide point s horizontally to simulate spreading supports.
 The arch will collapse earlier than what is geometrically possible due to the thrust in it !

Slika 23. b) statički određen luk

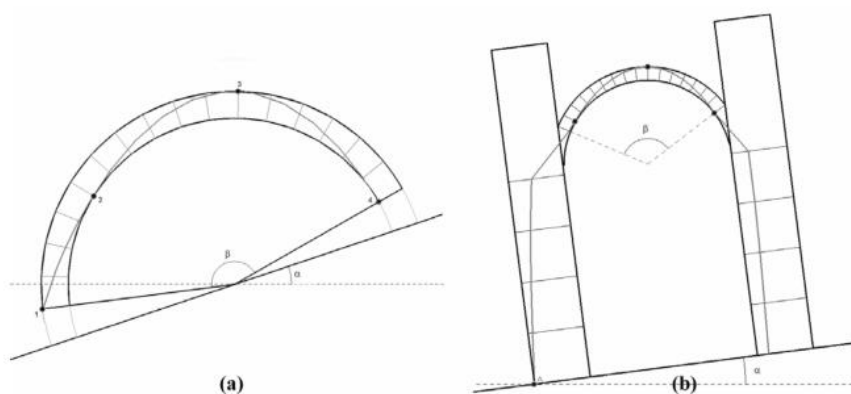


Points a and b change the geometry of the arch. Point c varies the angle of embrace.
 The hinge locations can be moved with point r. Slide point s horizontally to simulate spreading supports.
 The arch will collapse earlier than what is geometrically possible due to the thrust in it !

Slika 23. c) stanje pred sam slom

4.4. Zidani lukovi izloženi potresnom opterećenju

Potres je dinamičko opterećenje, za razliku od dosada promatranih statičkih opterećenja, u stanju srušiti zidani element povećanjem naprezanja ili vibracijama koje povećavaju mogućnost klizanja blokova. U inženjerskoj praksi uobičajeno je simulirati potresno opterećenje tako da u sustav uvedemo horizontalnu silu koja iznosi određeni dio težine konstrukcije ovisno o jačini potresa. Ovakav je postupak ekvivalentan upotrebi konstantnoga horizontalnog ubrzanja koje iznosi određeni dio ubrzanja sile teže. Takvo ekvivalentno statičko opterećenje ne može opisati cjelokupno dinamičko ponašanje, ali nam daje dobar uvid u ponašanje konstrukcije izložene potresu. I ovaj slučaj ćemo prikazati primjenom interaktivnih grafičkih alata koji implementiraju ekvivalentno statičko opterećenje tako što nagnu podlogu za određeni kut. Time se sustav izlaže djelovanju sile teže (g) i horizontalnom ubrzanju ($\lambda * g$ gdje je $\lambda = \tan(\alpha)$, a α je kut nagiba podloge). Podloga se nagninje sve dok se tlačna linija ne može upisati u luk pa tako formira mehanizam koji dovodi do sloma zbog stvaranja dovoljnog broja zglobova. Luk sa slike 24. a) sastoji se od 16 blokova, središnji kut mu iznosi 157.5 stupnjeva, omjer debljine luka i radijusa (t/R) je 0.15, a iznos horizontalnog ubrzanja koje dovodi do sloma je 0,34 g . Sličan luk sa slike 24. b) oslonjen o potpornje urušava se pri horizontalnom ubrzanju od 0,13 g . Nedostatak ove metode je to što je djelovanje primjenjenog iznosa horizontalnog ubrzanja dugotrajno, dok je u stvarnosti potres kratkotrajno opterećenje. Isto tako nisu uzete u obzir mogućnosti klizanja blokova i otkazivanja materijala. Unatoč ovim nedostacima metoda je vrijedna zbog svoje jednostavnosti te predstavlja mogući način utvrđivanja konstrukcija kojima prijeti opasnost od potresnog opterećenja čija bi se sigurnost potom detaljnije provjerila rigoroznijim dinamičkim analizama.



Slika 24. Ekvivalentna statička analiza **a)** zidanog luka **b)** sličnog luka na potpornjima

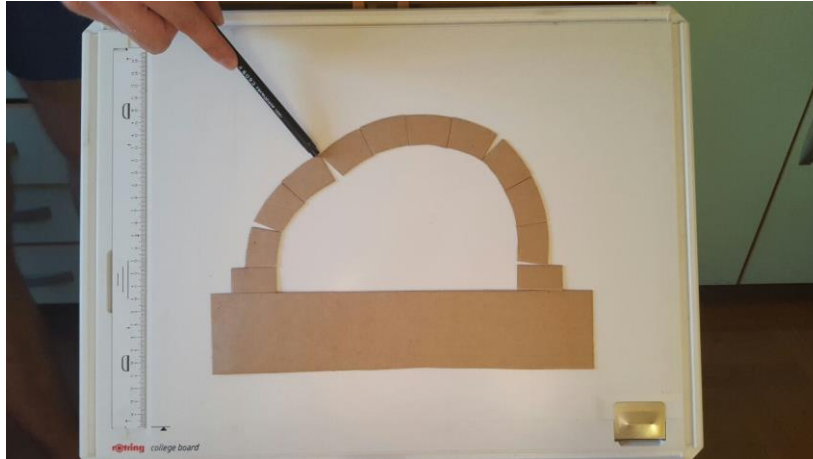
5. Jednostavni fizikalni modeli

Ponašanje luka i sve prethodno navedene teorije i znanja moguće je praktično predočiti upotrebom jednostavnih fizikalnih modela. Iako kompliciraniji za izvedbu od sličnih računalnih modela, jednostavni fizikalni modeli daju nam praktično iskustvo ponašanja lukova što je uvijek jasnije shvatljivo pa su stoga prikladan način za početnu edukaciju o zidanim lukovima. Upotrijebljen je model luka napravljen od običnog kartona koji je podjeljen (izrezan) na 10 blokova uz pripadajuće oslonce. Nužno je da se postolje o koje se oslanjaju oslonci zalijepi za podlogu kako bismo postigli stabilnost potrebnu za obavljanje pokusa. Nakon što sastavimo luk u horizontalnom položaju polagano naginjemo podlogu dok ne postignemo kut od otprilike $65^\circ - 70^\circ$ u odnosu na horizontalu.

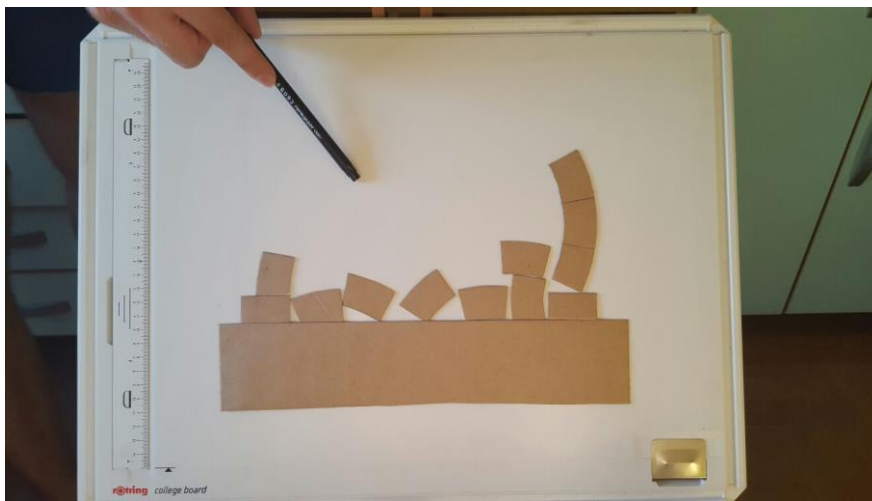
Prvo ćemo prikazati ponašanje luka pod koncentriranim opterećenjem čija je mehanika sloma detaljno opisana u poglavlju 4.2. Koncentrirano opterećenje koje nanosimo pomoću olovke s vremenom povećamo, na što se otvaraju plastični zglobovi te dovode do rušenja luka onog trenutka kada se otvori i četvrti plastični zglob. Pomoću ovješena lanca prikazan je oblik tlačne linije pri slomu. Sam luk ima omjer debljine i polumjera (t/R) 0.2. Opisani slom prikazan je na slici 25.



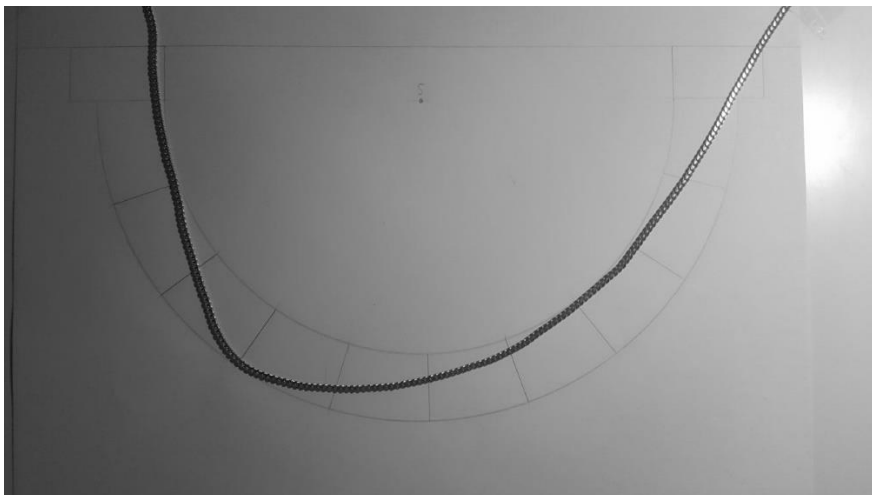
Slika 25. a) luk netom prije početka nanošenja sile



Slika 25. b) otvaranje pukotina tj. zglobova

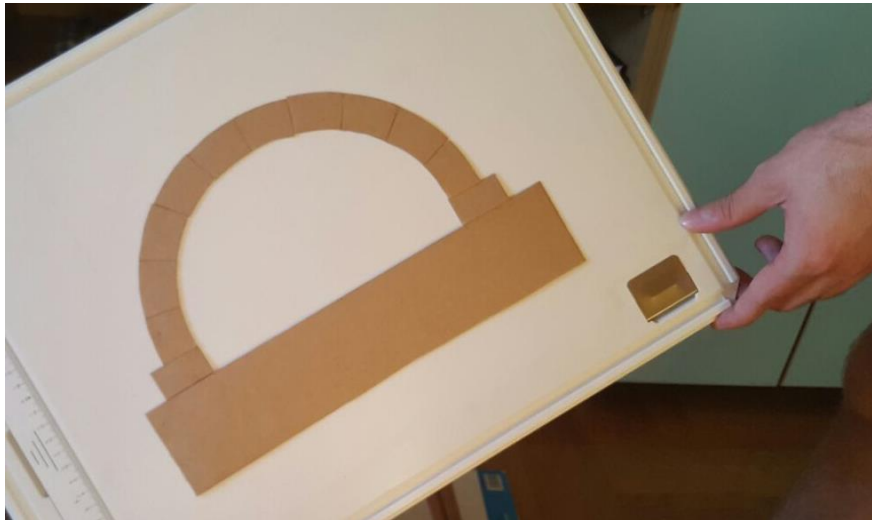


Slika 25. c) slom luka



Slika 25. d) tlačna linija netom prije sloma

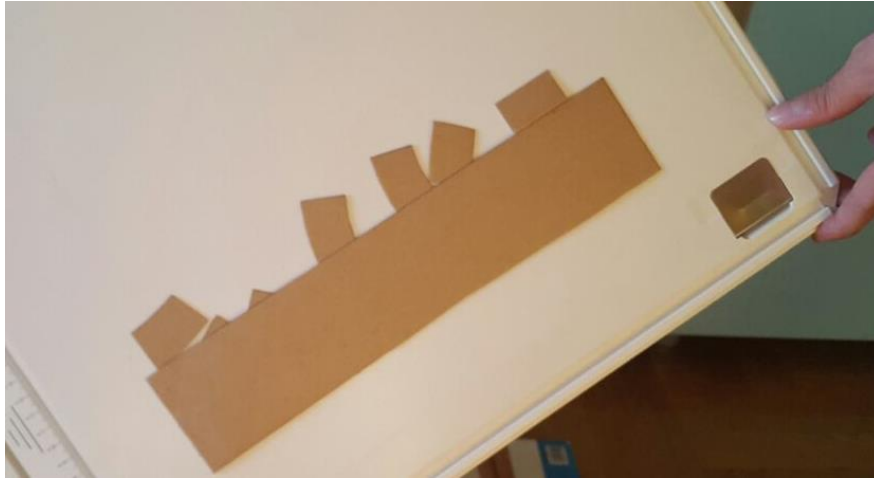
Koristeći se istim kartonskim modelom opisat ćemo ponašanje luka izloženoga potresnom opterećenju što je detaljno opisano u poglavlju 4.4. Horizontalno ubrzanje podloge kojim simuliramo potres u našem pokusu ćemo postići tako da podlogu nagnemo. Što je nagib podloge veći, veće je i horizontalno ubrzanje. Podlogu naginjemo sve dok ne dođe do sloma konstrukcije zbog formiranja dovoljnog broja plastičnih zglobova. Tijek pokusa prikazan je na slici 26.



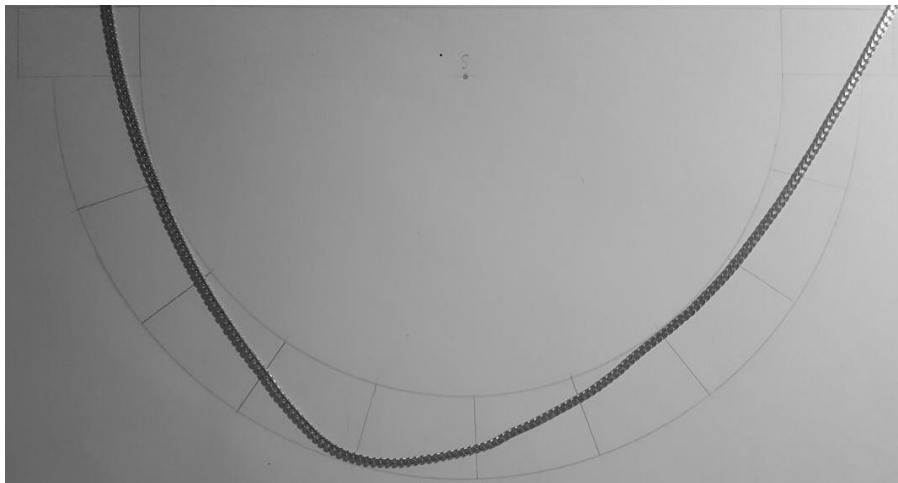
Slika 26. a) luk koji unatoč nagibu zadržava stabilnost



Slika 26. b) otvaranje pukotina tj. zglobova



Slika 26. c) slom luka



Slika 26. d) tlačna linija netom prije sloma

6. Zaključak

U radu je prikazana upotreba luka kao konstrukcijskog elementa kroz povijesna razdoblja te u skladu s time razvoj ideja koje su dale teorijsku i inženjersku podlogu za projektiranje zidanih lukova. I danas se divimo starim graditeljima koji su uz limitirana teorijska znanja o zidanim konstrukcijama bili u stanju izgraditi građevine koje još uvijek stoje kao živi dokaz njihova umijeća. Unatoč velebnosti njihovih građevina koje su sagrađene koristeći se osnovnim metodama poput geometrijske, grafičke ili metode proporcionalnosti kroz 19. i 20. stoljeće upotreba ovih jednostavnih znanja je nepravedno zanemarena. Stoga je ovom radu poseban naglasak stavljen na upotrebu suvremenih interaktivnih grafičkih metoda i alata kojima je moguće brzo projektiranje i provjera stabilnosti lukova, a kombiniraju sva stečena znanja kroz povijest proučavanja zidanih lukova. Zidane konstrukcije su naoko jednostavne, ali su proračuni kojima dokazujemo njihovu stabilnost i uporabljivost složeni pa zbog toga postoji veliki potencijal u primjeni suvremenih grafičkih metoda. Sa sigurnošću možemo reći da će i daljna osnova provjere stabilnosti lučnih konstrukcija biti koncepcija tlačne linije, proizašle iz Hookeovih radova, koja objašnjava povezanost između geometrijskih značajki luka te njegovoga konstrukcijskog ponašanja.

7. Literatura

- [1] Philippe Block, Matt DeJong, John Ochsendorf: *As hangs the Flexible Line: Equilibrium of Masonry Arches*, Nexus Network Journal 8 (2006)
- [2] Santiago Huerta: *The use of simple models in the teaching of the essentials of masonry arch behaviour*, Fondazione Flaminia, Ravenna, 2005.
- [3] Santiago Huerta, *Galileo was Wrong: The Geometrical Design of Masonry Arches*, Nexus Network Journal 8 (2006)
- [4] Santiago Huerta: *Mechanics of Masonry vaults: The equilibrium approach*, Historical Constructions, P. B. Lourenco, P. Roca (eds.), Guimaraes, 2001.
- [5] Santiago Huerta: *The Analysis of Masonry Architecture: A Historical Approach*, Architectural Science Review 51 (2008)
- [6] Skripta uz predavanja, Lučni mostovi. Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, veljača 2003.