



Sveučilište u Zagrebu

GRAĐEVINSKI FAKULTET

Matea Erceg

ZIDANI LUKOVI

ZAVRŠNI ISPIT

Zagreb, 2025.



Sveučilište u Zagrebu

GRAĐEVINSKI FAKULTET

Matea Erceg

ZIDANI LUKOVI

ZAVRŠNI ISPIT

prof. dr. sc. Krešimir Fresl, dipl. ing. građ.

Zagreb, 2025.



University of Zagreb

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

Matea Erceg

MASONRY ARCHES

FINAL EXAM

prof. dr. sc. Krešimir Fresl, dipl. ing. građ.

Zagreb, 2025.

SAŽETAK

U radu je predstavljen zidani luk kao nosivi element te je dan povijesni pregled njegovog razvoja. Razvoj je opisan u kontekstu primjene različitih materijala, teorija i povijesnih otkrića starih graditelja i znanstvenika. Obrazložena su dva pristupa, tradicionalni i moderni, te su opisane teorije Hookea, La Hirea, Coupleta, Coulomba i Heymana. Također, rad izlaže važnost i primjenu tlačne linije u graditeljstvu, kao i mehanizme sloma. Mehanizmi sloma objašnjeni su pomoću eksperimenata na jednostavnim modelima.

Ključne riječi: zidani luk, tradicionalni pristup, moderni pristup, tlačna linija, elastično rješenje, mehanizmi sloma

SUMMARY

The paper presents the masonry arch as a load-bearing element and provides a historical overview of its development. The evolution is described in the context of the use of various materials, theories, and historical discoveries by ancient builders and scientists. Two approaches are discussed—traditional and modern—and the theories of Hooke, La Hire, Couplet, Coulomb and Heyman are explained. The paper also highlights the importance and application of the thrust line in construction, as well as failure mechanisms. These failure mechanisms are illustrated through experiments on simple models.

Keywords: masonry arch, traditional approach, modern approach, thrust line, elastic solution, failure mechanisms

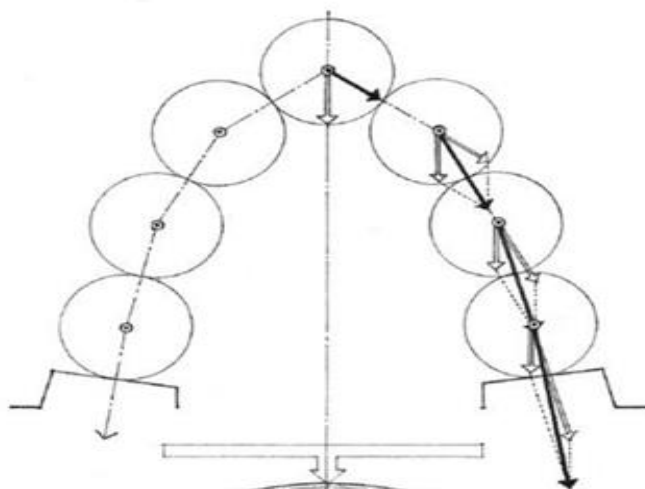
SADRŽAJ

SAŽETAK.....	4
SUMMARY	5
1. UVOD.....	1
1.1. Općenito o lukovima.....	1
1.2. Povijesni pregled lukova u graditeljstvu	3
2. PREGLED RAZVOJA TEORIJA PRORAČUNA LUKOVA.....	10
2.1. Tradicionalni pristup	10
2.2. Moderni pristup	11
2.2.1. Robert Hooke	12
2.2.2. Phillipe de La Hire	13
2.2.3. Pierre Couplet	14
2.2.4. Charles–Augustin Coulomb	15
2.2.5. Elastično rješenje	16
3. TLAČNA LINIJA.....	18
4. GRANIČNO STANJE SLOMA I MEHANIZAM SLOMA	20
5. JEDNOSTAVNI FIZIKALNI MODELI	22
ZAKLJUČAK	26
LITERATURA.....	27

1. UVOD

1.1. Općenito o lukovima

Kroz gotovo svu graditeljsku povijest, lukovi su bili jedna od vrlo rasprostranjenih i intenzivno primjenjivanih nosivih sistema. Kao zakrivljeni konstrukcijski elementi opterećeni pretežno na tlak, njihova je uloga preuzeti vertikalno opterećenje koje se pretvara u kose komponente te ga prenijeti na oslonce (slika 1.). Krajnji je cilj smanjenje momenata savijanja, što se postiže poklapanjem tlačne linije sa osi luka. Drugim riječima, momenti savijanja javljaju se kada spojnica rezultanti uzdužnih sila u svakom presjeku nije unutar jezgre presjeka (Ching, 2014).



Slika 1. Primjer raspodjele sila u luku (iz [3])

Lukovi se mogu podijeliti prema materijalu od kojega su građeni, prema obliku luka te prema statičkom sustavu luka. S obzirom na građu, oni mogu biti: zidani, betonski, metalni, drveni i kameni. Kada su tek ušli u uporabu, lukovi su se gradili od prirodnih materijala, odnosno od drva i kamena, materijala otpornih na tlak. Razvojem tehnologije gradnje, u graditeljstvu su se počeli upotrebljavati materijali poput betona

i čelika, a samim time je luk postao otporan na tlak i vlak. Prema obliku, lukovi se dijele na plosnate, eliptične, šiljaste, trokutaste, segmentne i polukružne. Danas su najviše u upotrebi polukružni, segmentni i šiljasti. Prema statičkom sustavu, lukovi mogu biti trozglobni, dvozglobni i upeti. Trozglobni lukovi su statički određeni sustavi s tri zgloba koja se nalaze u tjemenu i kod oslonaca. Za razliku od trozglobnih, neodređenim statičkim sustavima pripadaju dvozglobni i upeti lukovi, dvozglobni (jedanput statički neodređen) kao sustav s dva zgloba koja se nalaze u petama luka i upeti (triput statički neodređen) kao najjednostavniji sustav bez zglobova (Radić 2009).

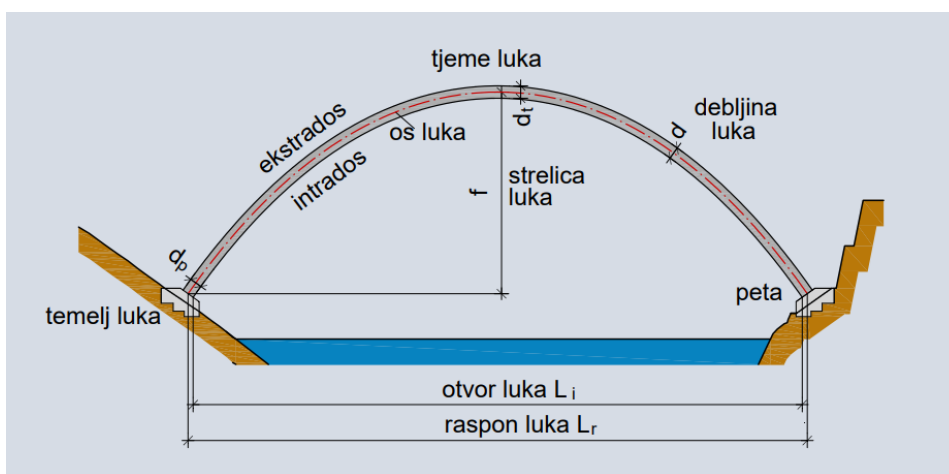


Slika 2. Most Sant'Angelo (<https://www.britannica.com/topic/SantAngelo-Bridge>)



Slika 3. Sydney Harbour Bridge (https://encrypted-tbn1.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcTbtyzbZbH_THW0kX24iozHwsl1yl2YjVV0gnLnWtbaQcJBdel)

Postoje četiri temeljne linije svakog luka. Linija donjeg ili unutrašnjeg ruba naziva se intrados, dok je linija gornjeg ili vanjskog ruba ekstrados. Os luka linija je koja prolazi njegovim težištem, a tlačna je linija spojnice hvatišta rezultanti unutrašnjih sila u svakom presjeku. Tjeme je najviša točka luka, dok su pete točke koje dodiruju oslonce. Strelica luka (f) vertikalna je udaljenost između najniže i najviše točke luka, a raspon luka je horizontalna udaljenost točaka osne linije u petama luka (slika 4.). Ta dva pojma zajedno čine omjer koji se naziva spljoštenost ili plitkost (f/L). Upravo je spljoštenost bitan parametar kod projektiranja luka (Radić, 2009).

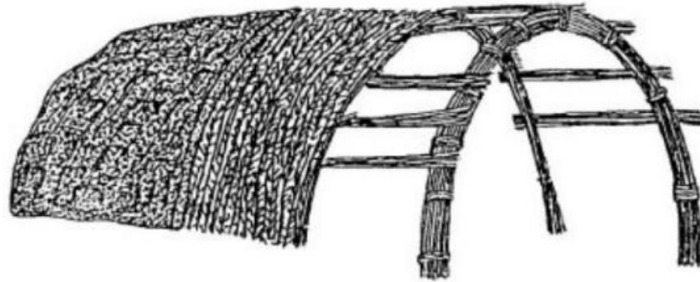


Slika 4. Prikaz dijelova luka (iz [16])

1.2. Povijesni pregled lukova u graditeljstvu

Povijesni razvoj lukova može se opisati kao pretežito diskontinuiran razvoj u kojem su glavnu ulogu imale inovacije velikih graditelja, kao i uvođenje novih materijala i tehnologije građenja.

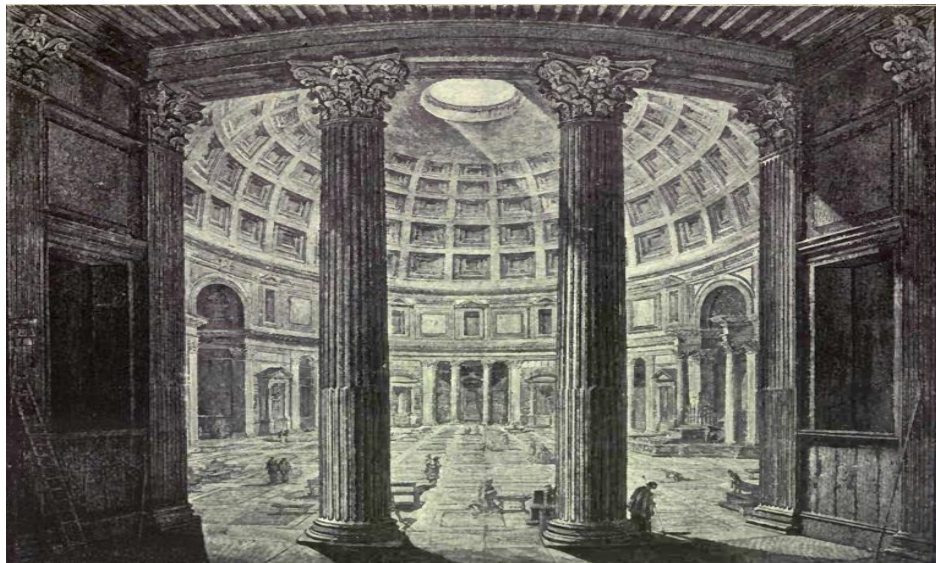
Kao element koji se od samih početaka mogao pronaći kod raznih građevina, pogotovo onih čija je svrha bila premošćivanje prepreka, slovi kao jedan od najstarijih građevinskih elemenata korišten još od doba Mezopotamije. Tada su nastambe kojima se štitilo od vremenskih nepogoda građene u obliku luka koji se dobivao savijanjem trske te spajao horizontalnim snopovima, dok su se praznine ispunjavale blatom.



Slika 5. Svod od trske i blata (iz [15])

Zbog nedostatka materijala kao što su kamen i drvo Mezopotamci su se prilagodili lokalnim materijalima te se kao primarni materijal ispune lukova koristila opeka sušena na suncu, a zatim i pečena opeka. Upravo je dostupnost tog materijala kao male jedinice glavni razlog razvoja lukova u Mezopotamiji. Opeka ne može poput grede preuzeti težinu te prenijeti sile izravno prema dolje, pa se kao rješenje pojavio luk koji opterećenje prenosi bočno na oslonce.

Za razliku od Grka kod kojih luk nije bio izražen, Rimljani su preuzeli umijeće od Etruščana koje su dodatno usavršili masovno ga koristeći u gradnji. Shodno tome, počeli su se graditi širi prolazi i veće građevine bez upotrebe masivnih zidova, dok se luk najviše upotrebljavao u gradnji mostova, akvadukta, kupola i svodova. Osim kamena, opeke i drva, kao građevinski materijal pojavio se i beton poznat po svojoj trajnosti i izdržljivosti. Sastav betona koji su spravljali Rimljani sastojao se od vode, vapna i vulkanskog pepela koji je bio ključan za trajnost. O njegovoj kvaliteti svjedoči i kupola Panteona koja slovi za najveću nearmiranu kupolu na svijetu, staru gotovo 2000 godina, promjera 43,3 metra (slika 6.).



Slika 6. Panteon (iz [7])



Slika 7. Dioklecijanov akvadukt (https://hr.wikipedia.org/wiki/Dioklecijanov_akvedukt)

Padom Zapadnog Rimskog Carstva 476. godine započinje srednji vijek, a samim time i stagnacija u razvoju arhitekture te novih teorija i tehnika u graditeljstvu. U ovom razdoblju povijesti znanje starih Rimljana postaje naslijeđem novog vremena, a građevine se do 11. stoljeća grade oslanjajući se na iskustvo i usmenu predaju. Cjelokupna gradnja temelji se na geometrijskim proporcijama, dok se istodobno

upotrebljavaju jednostavni lukovi čiji je glavni cilj premošćivanje otvora. Iako temeljeni na naslijeđu starih Rimljana, mostovi ovog razdoblja nisu dosegli tehničku preciznost rimskih uzora. Ističući se masivnošću s kratkim rasponima, naglasak je bio na funkcionalnosti i izdržljivosti. Jedan od takvih mostova, izgrađen u doba romanike, jest jedan od prvih velikih kamenih lučnih mostova u Europi. Most u Regensburgu na rijeci Dunav sa svojih 15 otvora predstavlja početak razvoja mostogradnje u Europi (slika 8.).



Slika 8. Most u Regensburgu

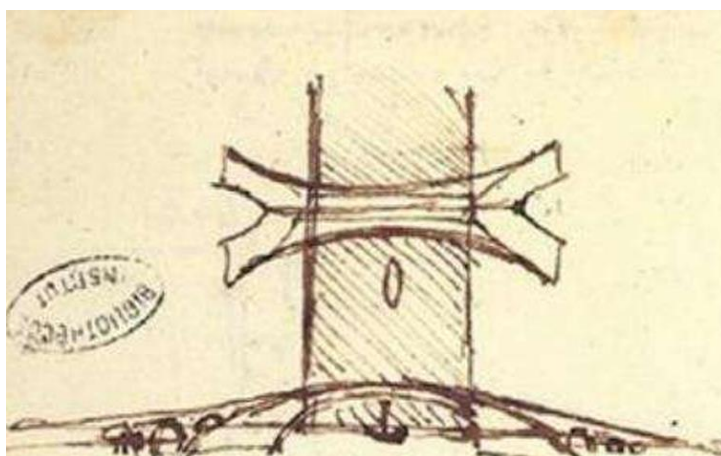
(<https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fchecknatura.de%2FWasserqualitaet-in-Deutschland%2FRegensburg-Wasserqualitaet%2F&psig=AOvVaw0LLge0VMLn--kp79Zk5L-0&ust=1747934404595000&source=images&cd=vfe&opi=89978449&ved=0CBAQjRxqFwoTCLDQ5PKHtY0DFQAAAAAdAAAAABAW>)

Razdoblje gotike obilježila je upotreba šiljastog luka koji se ponajprije i ponajviše upotrebljavao u katedralama i crkvama. Šiljasti luk omogućavao je izgradnju vitkih i visokih svodova jer se zbog veće visine luka stvarao manji bočni potisak koji su preuzimali „lebdeći“ upornjaci i sustav kontrafora. To su konstrukcije na bočnim stranama katedrala čija je namjena preuzeti horizontalno opterećenje sa svodova te ih prenijeti u tlo. Gotički mostovi, iako još uvijek masivni, postaju vitkiji i elegantniji upravo zbog uporabe šiljastog luka. Primjer takvog mosta je Karlov most u Pragu sa 16 kamenih svodova i masivnim stupovima (slika 9.).



Slika 9. Karlov most u Pragu (https://b496800.smushcdn.com/496800/wp-content/uploads/prague-4317016_1280-1024x576.jpg?lossy=2&strip=1&webp=1)

Za vrijeme renesanse, arhitekti i inženjeri nastavili su primjenjivati polukružni luk kao osnovni oblik u mostogradnji zadržavajući tako tradiciju rimskih graditelja, a kao glavni materijal i dalje se upotrebljavao kamen. Jedna od revolucionarnih ideja koja je utjecala na cjelokupnu inženjersku misao bila je dizajn mosta preko Zlatnog roga u Istanbulu Leonarda da Vincija (slika 10.). Dizajn je predviđao jedinstven lučni most duljine 300 metara bez dodatnih oslonaca u vodi te s upotrebom razdvojenih peta kako bi se osigurala dodatna stabilnost.



Slika 10. Dizajn mosta preko Zlatnog roga
(<https://www.researchgate.net/publication/307578025/figure/fig18/AS:401934348505088@1472840024022/sketch-of-the-Golden-Horn-Bridge-designed-by-Leonardo-da-Vinci-in-1502-Biblioteca.png>)

Istovremeno se otomansko graditeljstvo istaknulo građevinama kao što je Stari most Hajrudina u Mostaru s debljinom luka 77 centimetara, širinom 3,97 metara, visinom 12,02 metra te rasponom od 28,70 metara. Debljina luka iznosi samo 1/37 raspona mosta.

18. i 19. stoljeće obilježeno je revolucijom u mostogradnji na koju su velik utjecaj imali arhitekti tog vremena, dok je početak masovne proizvodnje čelika odigrao veliku ulogu u unaprjeđenju samih lučnih mostova. Prvi most od lijevanog željeza djelo je Abrahama Darbyja iz 1779., a radi se o Iron Bridge-u preko rijeke Severn u Engleskoj (slika 11.). Sredinom 19. stoljeća čelik postaje masovno dostupan te se upotrebljava za premošćivanje sve većih raspona. Konstrukcije lučnih mostova sve su lakše, dok lučni rasponi dominiraju s većom nosivošću. Kao prvi veći lučni most s nosivom čeličnom konstrukcijom gradi se Eadsov most u St. Louisu 1874. godine (slika 12.). Vrijedi spomenuti i Craigellachie Bridge (slika 13.) te Garabit Viaduct koji su svojom revolucionarnošću prethodili smanjenju materijala za izgradnju te izrazitom vitkošću mostova. Neki od ključnih inženjera ovog razdoblja bili su Thomas Telford, Isambard Kingdom Brunel, Gustave Eiffel te James B. Eads koji su postavili temelje modernom mostograditeljstvu.



Slika 11. Iron Bridge

(https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fen.m.wikipedia.org%2Fwiki%2FFile%3AIron_Bridge_east_side_in_February_2019.jpg&psig=AOvVaw07jHyQdwiDV1-dfqCNil1V&ust=1747935087637000&source=images&cd=vfe&opi=89978449&ved=0CBAQjRxqFwoTCJjtxJ6KtYODFQAAAAAdAAAAABAE)



Slika 12. Eads Bridge (https://en.wikipedia.org/wiki/Eads_Bridge)



Slika 13. Craigellachie Bridge

(https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Ffr.m.wikipedia.org%2Fwiki%2Fichier%3ABridge_in_hill.jpg&psig=AOvVaw1qSDPALbfUrt9eMK9Hze_Z&ust=1747935467232000&source=images&cd=vfe&opi=89978449&ved=0CBAQjRxqFwoTCMia1tSLtYODFQAAAAAdAAAAABAE)

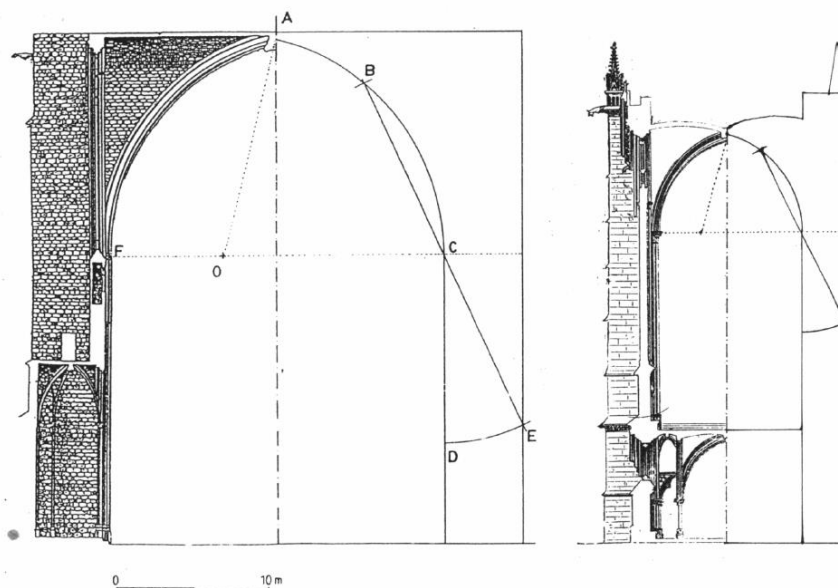
2. PREGLED RAZVOJA TEORIJA PRORAČUNA LUKOVA

2.1. Tradicionalni pristup

Iz uvoda se može zaključiti da povijesni razvoj lukova nije bio linearan, odnosno da je obilježen neravnomjernošću u ovisnosti o djelovanju velikih graditelja određenog razdoblja. S obzirom na to da su se graditelji u početku oslanjali na iskustvo, slobodnu interpretaciju te usmenu predaju, danas nema propisa ili pravila iz kojih bi se moglo saznati na koji su način lukovi i svodovi tog vremena građeni.

Glavna pitanja tog razdoblja bila su kako izgraditi konstrukciju koja će ostati stabilna te stupove koji će izdržati pod opterećenjem luka (Huerta, 2001). Iako nisu postojala konkretna pravila, danas je poznato da su stari graditelji svoje znanje o gradnji lukova temeljili na geometriji, iskustvu i kritičkom opažanju procesa građenja. Također, ispravnom konstrukcijom smatrala se građevina pravilnih proporcija. Takav pristup morao je biti bogat i složen upravo zato što je rezultirao građevinama poput Panteona, Aja Sofije te gotičkim katedralama. To su neke od građevina koje i danas svjedoče o znanju starih graditelja o stabilnosti i raspodjeli sila unutar zidanih konstrukcija.

Može se reći da je tradicionalni pristup sažet u obliku konstrukcijskih pravila. Takva pravila većinom obuhvaćaju debljinu luka i stupova koja se dobivala kao udio raspona luka, a bila su specifična za svako razdoblje. Jedno od takvih pravila iz 19. stoljeća bila je geometrijska metoda određivanja debljine stupova (slika 14.). Metoda se zasniva na tome da se intrados luka podijeli na tri dijela, a zatim se povlači linija koja jednu od tih točaka (točka B) spaja s petom luka (točka C). Nakon toga se dobivena udaljenost prenosi na prethodno povučenu liniju te se dobije nova točka (točka E) koja se nalazi na rubu stupa. Kao rezultat primjene geometrije, dobiva se debljina stupa ili zida koja je neophodna za nosivost konstrukcije (Huerta, 2006).



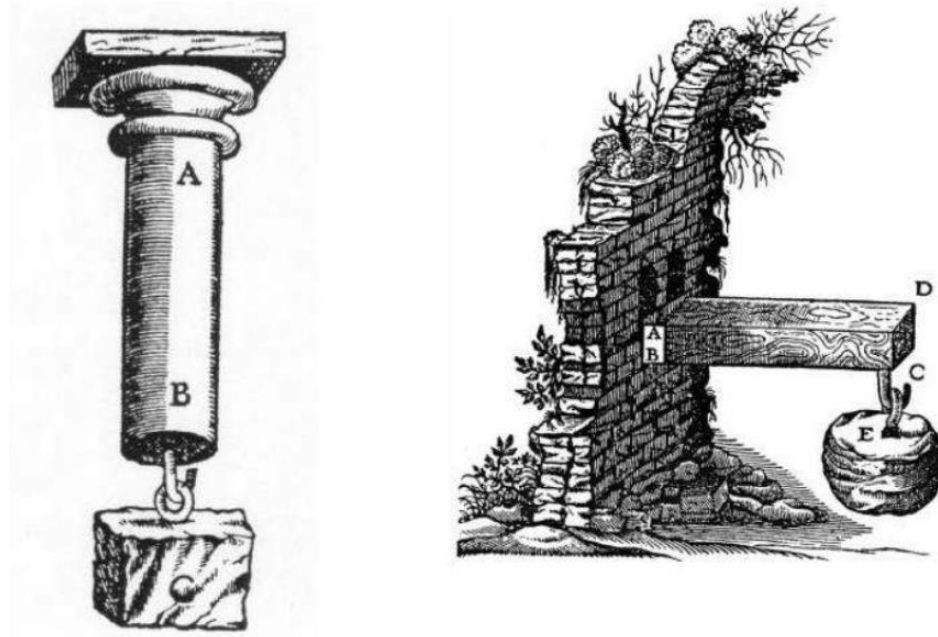
Slika 14. Geometrijska metoda određivanja debljine zidova/stupova (iz [10])

2.2. Moderni pristup

Iako su se impozantne starorimske i srednjovjekovne građevine očuvale sve do danas, njihova gradnja zasnovana je na geometrijskim proporcijama, odnosno na tradicionalnom pristupu kod projektiranja. Dakle, dotad nije postojao znanstveni način kojim bi se pristupilo gradnji takvih konstrukcija. Djelovanjem Galilea Galileia i njegovim proučavanjem inženjerske problematike kroz znanstvenu prizmu postavljaju se temelji za razvoj moderne inženjerske mehanike. U svojoj knjizi „*Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno a due nuove scienze Attenenti alla Meccanica & movimenti Locali*” (Rasprave o dvjema znanostima) objavljenoj 1638. godine, raspravlja o kinematici i čvrstoći materijala.

Galileo je po prvi put pokušavao donijeti znanstvene zaključke o čvrstoći oslonaca lukova. Također je razmatrao slučaj stupova i konzolne grede (slika 15.). Potvrđujući ono što je već ranije ustanovljeno, iznosi zaključak da čvrstoća stupa ovisi o ploštini poprečnog presjeka i sili kojom je stup opterećen. Za razliku od stupova čija čvrstoća raste proporcionalno s ploštinom presjeka, otkrio je da čvrstoća konzolne grede raste proporcionalno s kvadratom ploštine presjeka (Huerta, 2006).

S druge strane, eksperimentalnim putem se došlo do ozbiljnih otkrića u području čvrstoće materijala koju su tadašnji graditelji uspjeli povezati s naprezanjima. Također, primjenjuju se koeficijenti sigurnosti koji su, iako ni približno precizni kao današnji, postavili njihove temelje.



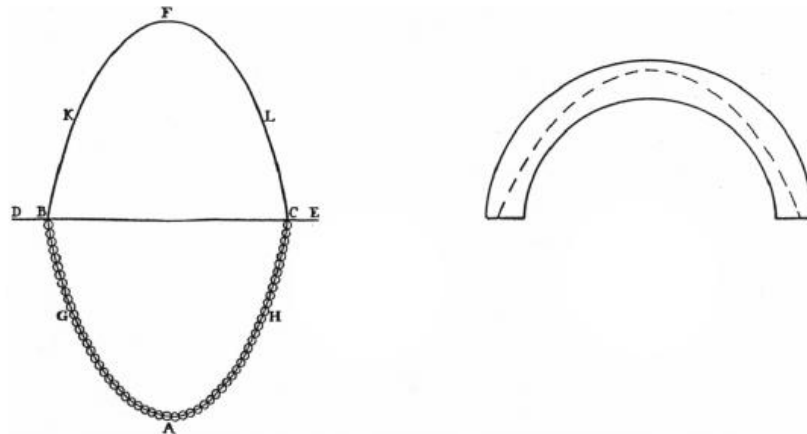
Slika 15. Slučaj stupova i konzolne grede (iz [10])

2.2.1. Robert Hooke

Robert Hooke bio je znanstvenik, izumitelj, arhitekt i prirodoslovac koji je djelovao u drugoj polovici 17. st., a jedno je od njegovih najpoznatijih dostignuća Hookeov zakon kojim opisuje ovisnost krutog tijela o djelovanju vanjske sile. Nadalje, bavio se pitanjem idealnog oblika luka te zaključio da oblik obrnute obješene lančanice opisuje dijelove kamenog luka (slika 16. lijevo).

Svojom pretpostavkom „kako visi savitljiva linija, tako – samo obrnuto – stajat će kruti luk” postavio je podlogu za daljnju gradnju lukova (Huerta, 2001). Nakon njega, godine 1698. David Gregory izveo je matematičku jednadžbu lančanice. Također,

objavio je da se luk smatra stabilnim ako se unutar njegove debljine može položiti lančanica (slika 16. desno).



Slika 16. Oblik lančanice i luka (iz [10])

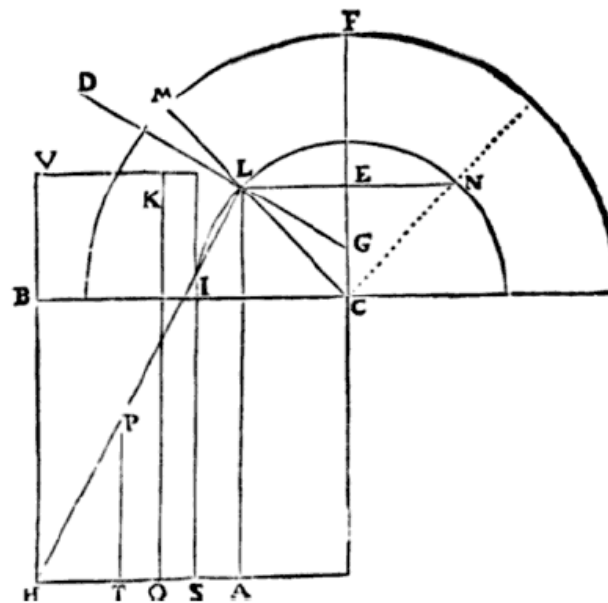
2.2.2. Phillipe de La Hire

Phillipe de La Hire bio je francuski znanstvenik koji je u 17. i 18. stoljeću dao poseban doprinos razvitku gradnje zidanih lukova. Pitanja koja su zaokupirala znanstvenike toga doba bila su: 1) kako definirati najbolji oblik luka/svoda te 2) kako odrediti optimalnu debljinu upornjaka/stupova. U rješavanju tih problema, La Hire se koristio geometrijskim pristupom te na taj način objedinio geometriju i mehaniku. Njegov doprinos posebno je vidljiv u djelu „*Traite de mecanique*“ objavljenom 1695. godine u kojem se bavi istraživanjem polukružnih lukova građenih od klinasto oblikovanih blokova, ali bez trenja na dodirnim ploham. Kako bi riješio taj problem La Hire se koristio geometrijom, odnosno uveo je poligon sila te na taj način pokušao odrediti tlačnu liniju luka (Huerta, 2008).

Zaključak teorije je da tlačna linija treba biti okomita na prethodno spomenute dodirne plohe kako bi luk ostao stabilan. Iako je trenje u njima zanemareno, ono luku daje potrebnu stabilnost.

Godine 1712., La Hire objavljuje verziju u kojoj razmatra lukove uzevši u obzir i trenje na dodirnim ploham elemenata. Upravo zbog toga, tlačna linija više ne treba biti okomita na dodirne plohe.

Kao što je ranije spomenuto, bavio se pitanjem debljine stupova koji podupiru lukove ili svodove te zaključio da se povećanjem raspona i opterećenja na dodiru dva susjedna bloka pojavljuje plastični zglobov u točki L (slika 17.) predstavljajući tako njihovu jedinu dodirnu točku. Kao provjeru stabilnosti luka računao je moment oko točke H.



Slika 17. Primjer plastičnog zglobova (iz [11])

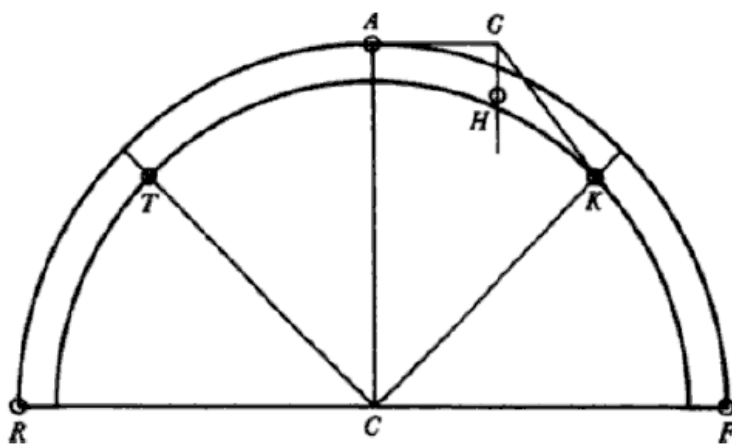
2.2.3. Pierre Couplet

Pierre Couplet bio je francuski inženjer koji je proučavajući lukove objavio dva izdanja knjige „*Memoire*“. U prvom izdanju, objavljenom 1729. godine, fokus je na idealizaciji luka. Drugim riječima, Couplet proučava lukove građene od glatkih blokova između kojih se ne pojavljuje trenje, ali ubrzo shvaća da oni kao takvi ne pronalaze primjenu u graditeljstvu. 1730. godine objavljuje drugo izdanje u kojem se bavi istraživanjem na realnim lukovima. Osnovne postavke te verzije su pretpostavke o ponašanju materijala kojima naglašava postojanje trenja između blokova što onemogućuje klizanje te nedostatak otpora kod odvajanja blokova. Na temelju svega navedenog donosi zaključak da zid nema vlačnu čvrstoću, da je tlačna čvrstoća beskonačna te da do sloma ne može doći zbog klizanja (Huerta, 2008).

Osim toga, Couplet je razvio teorem kojim olakšava razumijevanje stabilnosti lukova. Prema teoremu, luk će ostati stabilan ako se tlačna linija nalazi unutar njegove

debljine. Također, istraživao je najmanju debljinu luka koja bi mogla podnijeti njegovu vlastitu težinu uzevši u obzir težinu blokova te dodirne točke luka. Na taj način je pomoću ravnoteže sila došao do odnosa omjera radijusa R i debljine t gdje je $t/R=0,101$.

Nadalje, zaključio je da će luk podijeljen na četiri jednaka dijela s dodirnim točkama R , T , A , K i F koje predstavljaju zglobove luka biti u ravnoteži ako se zglobovi F i K nalaze pod kutom od 45° (slika 18.).

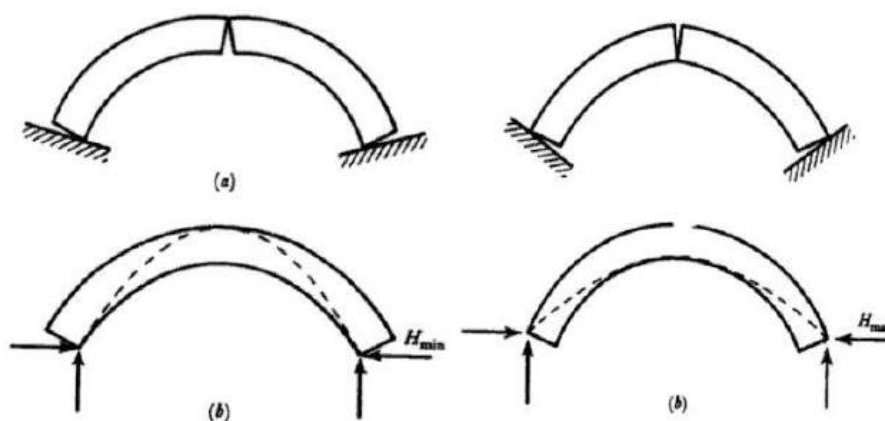


Slika 18. Prikaz polukružnog luka u ravnoteži (iz [15])

2.2.4. Charles–Augustin Coulomb

Charles–Augustin de Coulomb bio je francuski inženjer i fizičar koji je djelovao u 18. stoljeću, a 1773. godine objavljuje prvu opću teoriju o stabilnosti lukova. Njegov doprinos toj teoriji bilo je uzimanje u obzir horizontalnog potiska $H_{\min}$ i $H_{\max}$ čija je svrha oduprijeti se opterećenju i širenju luka. Također, zaključio je da pod uvjetom postojanja sile H u petama luka on može ostati stabilan čak i nakon pojave zglobova.

U skladu sa svojim istraživanjem, bavio se sužavanjem i širenjem opterećenog luka (slika 19.). Kao rješenje kod njegovog širenja definirao je $H_{\min}$, odnosno minimalnu silu u petama potrebnu da luk ostane stabilan. Također je definirao i $H_{\max}$, silu prisutnu kod njegovog suženja. U oba se slučaja pojavljuju zglobovi na tjemenu i u petama luka, a ako vrijednost horizontalnog potiska nije u granicama $H_{\min}$ i $H_{\max}$, dolazi do stvaranja četvrtog zgloba koji luk pretvara u mehanizam. Na taj način uspio je pokazati da se vrijednost potisne sile treba nalaziti između određenih granica (Huerta, 2008).



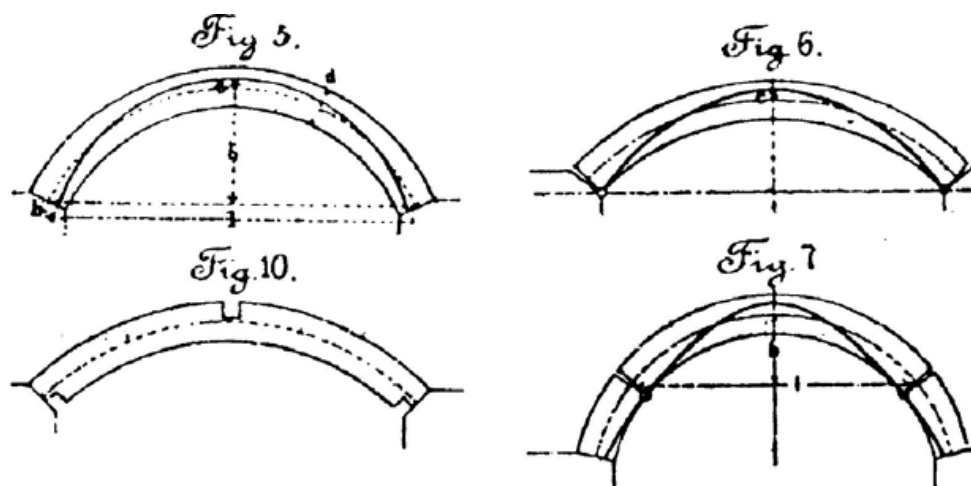
Slika 19. Zglobovi i tlačna linija nakon širenja i suženja luka (iz [20])

2.2.5. Elastično rješenje

Nakon što se velikim dijelom povijesti projektiranje lukova temeljilo na zapažanjima i usmenoj predaji, Jean–Victor Poncelet 1852. godine predlaže primjenu teorije elastičnosti na kamene lukove i svodove. Glavno polazište teorije bio je Hookeov zakon ($\sigma = E \cdot \varepsilon$) iz 1676. godine, a Poncelet je teoriju primijenio kako bi se dobilo jedinstveno rješenje za različite oblike.

Takva primjena teorije elastičnosti nije bila općeprihvaćena kod tadašnjih projektanata i građevinskih inženjera upravo zbog heterogenosti, anizotropije i nepravilnosti korištenih materijala. Također, lukovi su se do kraja 19. stoljeća dijelili na elastične i krute, a razlog njihovom neslaganju bila je pojava pukotina korištenjem teorije elastičnosti prilikom projektiranja krutih lukova.

Upravo zbog inženjera poput Castigliana i Winklera teorija elastičnosti 1879. godine postaje sve više prihvaćena. Castigliano je primijenio teoriju elastičnih sustava na kamene mostove, a za to vrijeme je Winkler prvi detaljno raspravljao o elastičnom pristupu analizi zidanih svodova deklariravši ju kao najbolju mogućnost (Huerta, 2001). Osim toga, razmatrao je i vanjske faktore koji utječu na položaj tlačne linije te ih naveo kao slijeganje oslonaca, temperaturne promjene i pogreške pri samoj izgradnji. Kao posljedicu zapaža promjenu položaja tlačne linije te predlaže kontrolu toga položaja umetanjem unutarnjih zglobova tijekom izgradnje (slika 20.).



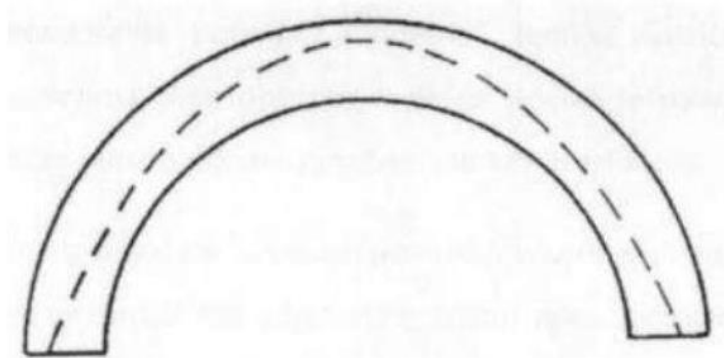
Slika 20. Kontrola položaja tlačne linije umetanjem unutarnjih zglobova (iz [12])

S obzirom da su inženjeri još uvijek gajili određenu sumnju, Austrijsko društvo inženjera i arhitekata provelo je niz ispitivanja na lukovima sastavljenim od materijala kao što su kamen, opeka, nearmirani i armirani beton. Iako su pukotine u materijalu bile vidljive, rezultati su opravdali korištenje teorije elastičnosti pri projektiranju zidanih lukova.

Konstrukcije su i dalje bile podložne stvaranju pukotina, ali teorija elastičnosti je u potpunosti ušla u upotrebu. Kako bi se razlikovala od „stare teorije“, dodijeljen joj je naziv „moderna teorija lukova“.

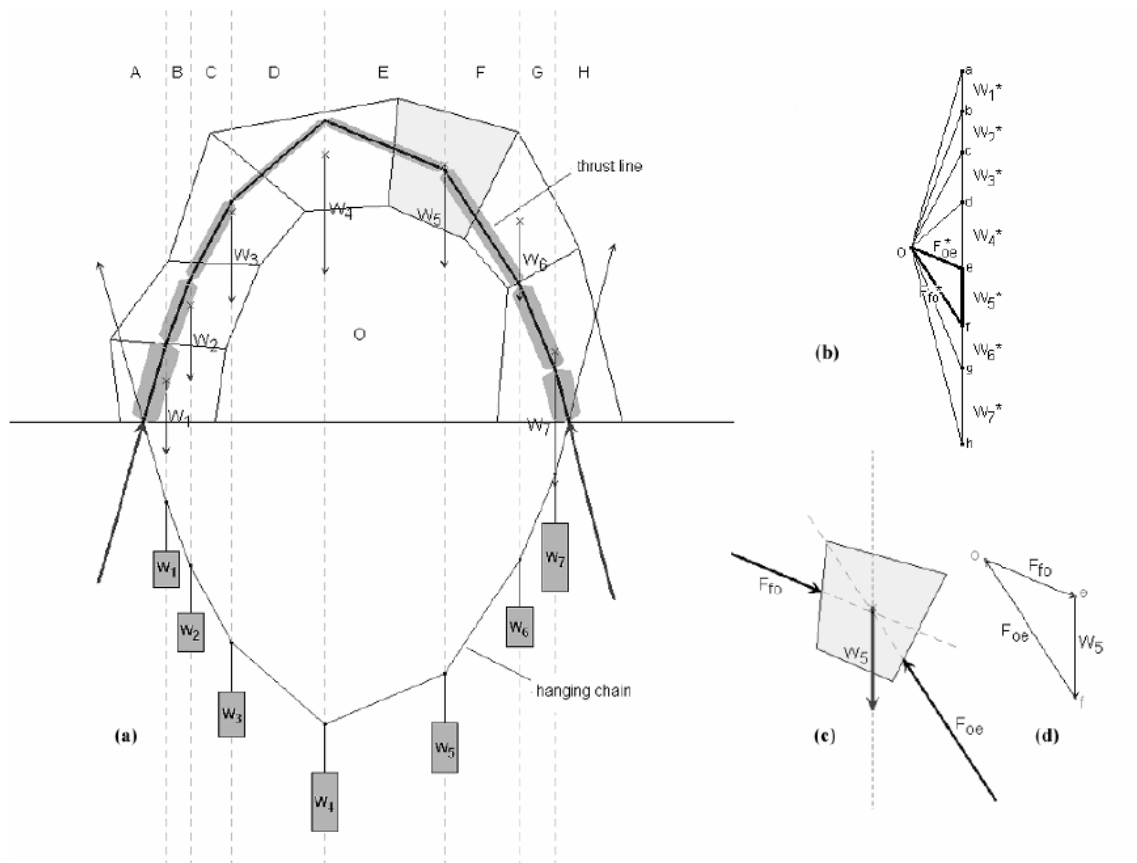
3. TLAČNA LINIJA

Dodirna površina između kamenih blokova od kojih su građeni lukovi promatra se kao ravnina na kojoj je prisutna raspodjela naprezanja. Rezultanta tih naprezanja zove se tlačna sila, a njezino se hvatište nalazi u ravnini spoja. To vrijedi za sve ravnine na dodirnim površinama te na taj način kameni blok ostaje u ravnoteži. Oslonci luka trebaju pružiti otpor ranije spomenutoj tlačnoj sili, a uvjet je da budu dovoljno velikih dimenzija kako bi to mogli izdržati. Nakon povezivanja hvatišta tlačne sile, određuje se položaj tlačne linije koja se treba nalaziti unutar mase luka (slika 21.). Osim toga, ona ovisi o geometriji luka, opterećenju i vrsti ležaja (Huerta, 2008).



Slika 21. Tlačna linija luka (iz [12])

Kao što je već ranije spomenuto, luk je statički neodređen sustav što znači da za određivanje unutarnjih sila nisu dovoljne samo jednadžbe ravnoteže. Uzevši u obzir mogućnost pojave više tlačnih linija kod lukova veće debljine, Moseley je uspostavio pristup kojim se bavio traženjem „prave” tlačne linije te ju je definirao kao liniju otpora. 1853. godine Villarceau se bavi projektiranjem luka prema položaju tlačne linije u kojem bi se slučaju ona poklapala sa osi luka.



Slika 22. Grafički postupak određivanja tlačne linije (iz [2])

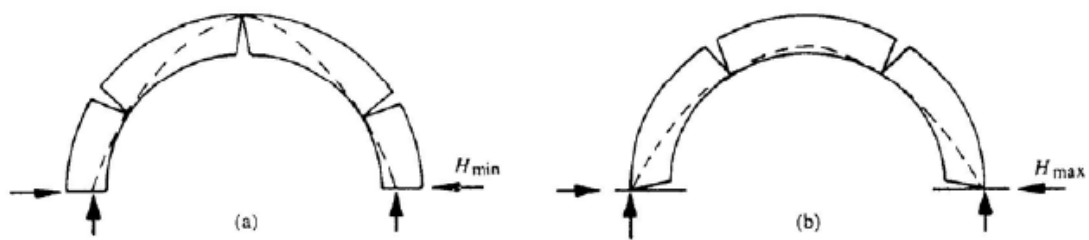
4. GRANIČNO STANJE SLOMA I MEHANIZAM SLOMA

Glavni korišteni materijali pri izgradnji građevina kroz povijest bili su opeka i kamen koji su se intenzivno upotrebljavali sve do 20. stoljeća. Iako su danas više u upotrebi neki novi materijali, upravo je zbog uspješnog očuvanja starijih zidanih konstrukcija potrebno poznavati i njihove pripadne materijale.

Glavne karakteristike tih materijala su heterogenost i anizotropija zbog kojih se posebna pažnja pridaje stabilnosti pri konstruiranju svodova i lukova. Nadalje, bitno je poznavati i mehanička svojstva zidanih materijala kao što su velika tlačna i mala vlačna čvrstoća. Također, zbog visokog koeficijenta trenja ($\mu \cong 0.5$) naglašena je otpornost na klizanje između kamenih ili zidanih blokova (Sorić, 1999).

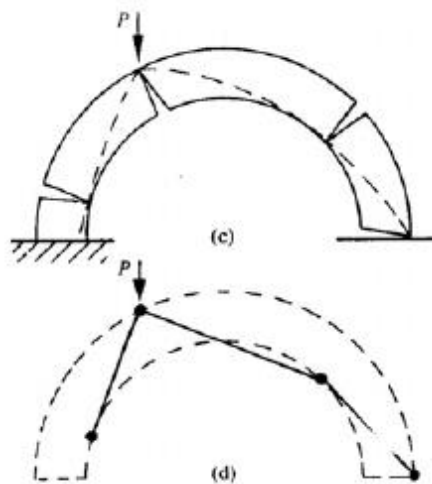
Bitan aspekt poznavanja zidanih lukova njihovi su mehanizmi sloma. Uzimajući u obzir karakteristike materijala, konkretno njegovu veliku tlačnu čvrstoću (koja se u teoriji može uzeti beskonačnom), može se zaključiti da je urušavanje takvih konstrukcija nemoguće. Unatoč tome, ono je itekako moguće zbog stvaranja mehanizama.

Glavna postavka, od koje sve kreće, tlačna je linija. Već je od ranije poznato da zidani luk kojem se tlačna linija nalazi unutar njegove mase zadovoljava uvjete ravnoteže. Na mjestu dodira tlačne linije i vanjske konture luka dolazi do stvaranja pukotina, odnosno formiranja zglobova što je moguće zbog prethodno navedenih svojstava materijala. U trenutku stvaranja pukotina dolazi do promjena u raspodjeli unutarnjih sila te se kao rezultat generira novi položaj tlačne linije (slika 24.). Iako taj stvarni položaj nije moguće odrediti, moguće je definirati granice u kojima se nalazi. Teoriju je podrobno razradio Jacques Heyman.



Slika 23. Zglobovi i tlačna linija (iz [12])

Zglobovi nastaju pod utjecajem direktnog opterećenja ili slijeganjem, horizontalnim pomacima oslonaca i temperaturnim promjenama. U slučaju formiranja triju zglobova, sustav postaje statički određen i konstrukcija je stabilna (Huerta, 2005). Daljnje povećanje opterećenja dovodi do stvaranja četvrtog zgloba što rezultira urušavanjem konstrukcije (slika 25.).



Slika 24. Zglobovi kod koncentriranog opterećenja (iz [12])

Važno je napomenuti da deformacije zidanih lukova nisu elastične. One su rezultat podjele konstrukcije na određen broj dijelova koji, povezani preko zglobova, omogućuju određena pomicanja.

5. JEDNOSTAVNI FIZIKALNI MODELI

Još od prošlosti postoji potreba za modelima na kojima se ispituju svojstva konstrukcija u svrhu dokazivanja svega što je danas poznato o lukovima. Ispitivanja su se najčešće provodila na umanjenim modelima izrađenim od gipsa ili laganog kamena. Unatoč važnosti tih ispitivanja, ona nisu uvijek dovodila do dobrih zaključaka ili teorija. Problem leži u tome što je preciznost pri izradi od iznimne važnosti, a minimalne pogreške uzrokuju da ponašanje modela značajno odstupa od ponašanja pravog luka.

Iako zbog korištenja homogenog i izotropnog materijala zidani lukovi u 21. stoljeću nisu česti, bitno je razumjeti pozadinu projektiranja velikih graditelja tog vremena. Upravo je zbog toga španjolski arhitekt Santiago Huerta svojim studentima dokazao da nije potrebno koristiti se kompliciranim modelima koje u laboratoriju izrađuju stručnjaci. Umjesto toga im je kao alternativu ponudio izradu jednostavnih modela pomoću kojih bi shvatili poveznicu između oblika luka i tlačne linije, kao i ponašanje luka u slučaju pojave pukotina. U nastavku je prikazan eksperiment proveden po uzoru na Huertin.

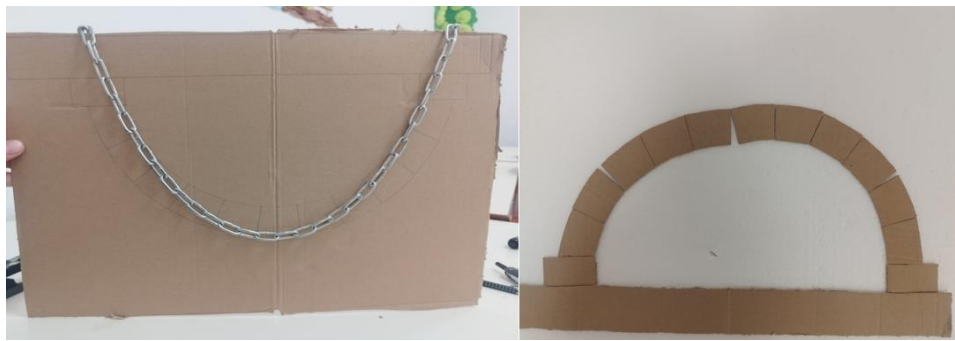
Za materijal je korišten karton debljine 1,5 milimetara, a prije izrade bilo je potrebno osigurati stabilnost luka. Prema Hookeovim tvrdnjama stabilnost je osigurana kada se lančanica, koja predstavlja tlačnu liniju, nalazi u granicama ekstradosa i intradosa. U tom se slučaju radi o statički neodređenom sustavu unutar kojeg postoji bezbroj tlačnih linija. Kako bi to ostvario, Huerta je iskoristio lanac koji je postavio unutar nacrtanog naopako okrenutog luka.



Slika 25. Prikaz lančanice u stabilnom luku

Nakon što je izradio stabilan luk, uslijedio je eksperiment kojim se na oslonce djelovalo horizontalnom silom što je rezultiralo povećanjem ili smanjenjem raspona luka. U trenutku kada je sila dosegla određenu vrijednost, formirala su se tri zgloba te je sustav postao statički određen. Posebnost takvog sustava je nastanak samo jedne tlačne linije koja prolazi kroz zglobove.

Kada je spomenuta horizontalna sila vlačna, raspon luka se povećava te se formiraju zglobovi na tjemenu ekstradosa i na intradosu. Lančanica dodiruje rubove te se formiraju zglobovi koji se u stvarnom luku manifestiraju kao pukotine.



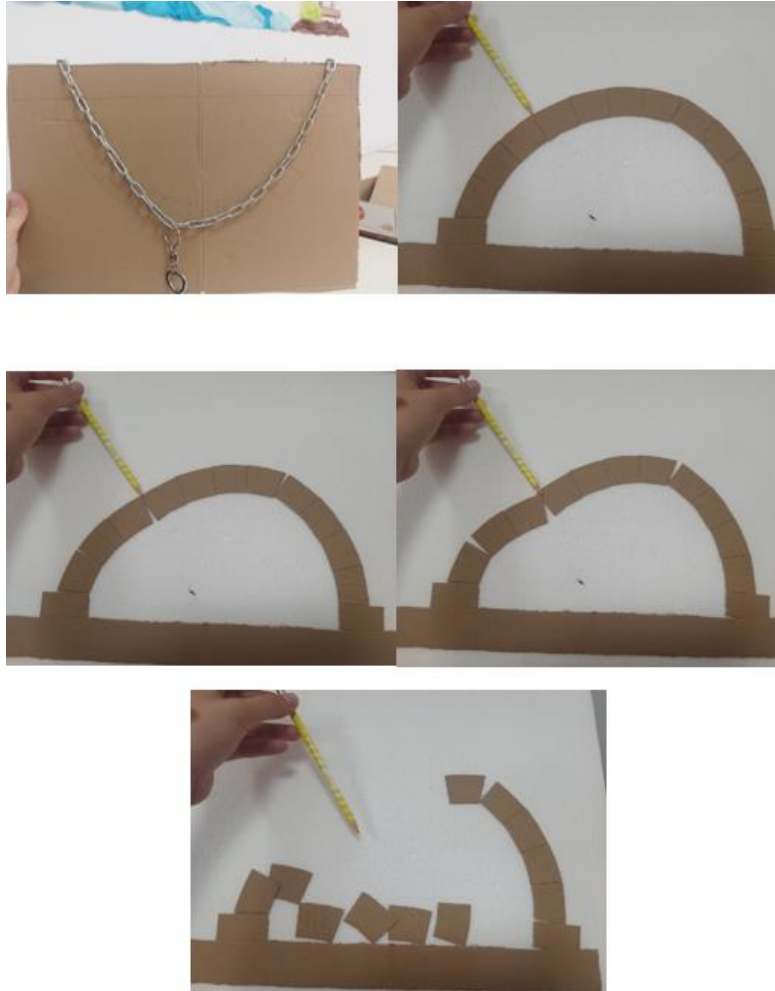
Slika 26. Povećanje raspona

U slučaju tlačne sile pri čijem se djelovanju smanjuje raspon luka, zglobovi kroz koje prolazi tlačna linija formiraju se na tjemenu intradosa te na petama ekstradosa.



Slika 27. Smanjenje raspona

Sljedeći eksperiment je uključivao privjesak korišten kao koncentrirano opterećenje te obješen na lančanicu. Rezultat tog djelovanja bila je promjena položaja tlačne linije. Kako je opterećenje raslo, tako je ona za njegovu određenu vrijednost poprimila položaj u kojem je dodirivala rub luka u četiri točke. U tim su se točkama formirali zglobovi zbog kojih je došlo do stvaranja mehanizma, a pukotine su se produbljivale proporcionalno opterećenju sve dok se model nije urušio.



Slika 28. Djelovanje koncentriranom silom

Provedeni eksperiment potvrđuje sljedeće:

- Zidani luk stabilan ako se unutar njegovih vanjskih rubova nalazi lančanica kojom se prikazuje tlačna linija.
- Zidani luk je tlačni element što dokazuje i položaj lančanice.
- Postoji beskonačno mnogo tlačnih linija za luk u ravnoteži.
- Promjena opterećenja rezultira promjenom oblika tlačne linije.
- Lančanica može poprimiti dva ekstremna položaja (maksimalni i minimalni) koji odgovaraju maksimalnom i minimalnom potisku.
- Na mjestima na kojima tlačna linija dodiruje rub ziđa formiraju se zglobovi.
- Zglob se u stvarnom luku manifestira kao pukotina.
- Pukotine definiraju položaj tlačne linije.
- Ako se debljina luka smanjuje, može se doći do točke u kojoj unutar luka postoji samo jedna moguća tlačna linija.
- Zidani luk je statički određeni sustav kada se formiraju tri zgloba.

ZAKLJUČAK

Prvi zidani lukovi građeni su još u Mezopotamiji u svrhu zaštite od vremenskih nepogoda. S vremenom su se razvili u složenije sustave, dok je njihov povijesni razvoj bio pretežito nelinearan. Ovisio je o znanju starih graditelja koji su se oslanjali na iskustvo i usmenu predaju, a velikim dijelom i na uvođenje novih materijala te nove tehnologije građenja.

Osim toga, pristup starih graditelja temeljio se i na geometriji, odnosno stabilnom se smatrala konstrukcija koja je proporcionalna. Glavna pitanja spomenutog pristupa bila su kako izgraditi konstrukciju koja je stabilna te stupove koji će izdržati pod opterećenjem. S druge strane, inženjeri modernog pristupa proučavali su zidane lukove iz perspektive znanosti. Jedno od važnijih otkrića predstavlja tlačna linija, a glavna težnja je njeno poklapanje sa osnom linijom kako bi se izbjegli, odnosno smanjili momenti savijanja. Robert Hooke prvi je znanstvenik koji iznosi pretpostavku kojom se pomoću obrnute lančanice formira oblik luka, dok su ostali znanstvenici dodatno usavršili tu teoriju. Iako na početku nije bila prihvaćena, s vremenom je u upotrebu ušla i elastična teorija. Suvremena Heymanova teorija lukova (nazivana i Couplet-Heymanovom teorijom) temelji se na tlačnoj liniji, graničnim stanjima sloma i mehanizmima sloma.

Iako zbog korištenja novih materijala zidani lukovi više nisu toliko prisutni, bitno je posjedovati znanje kojim su raspolagali stari graditelji kako bi se moglo primijeniti na izgradnju suvremenih konstrukcija.

LITERATURA

- [1] Bast, K. M. (2019) *Feasibility Study of Leonardo da Vinci's Bridge Proposal*, Massachusetts, Diplomski rad, Massachusetts Institute of Technology.
- [2] Block P., DeJong M., Ochsendorf J. (2006) As hangs the Flexible Line: Equilibrium of Masonry Arches, *Nexus Network Journal*, Vol. 8, br. 2, str. 13-24.
- [3] Ching, F. D. K. (2014) *Building Construction Illustrated*, Hoboken, NJ: Wiley.
- [4] Corradi, M. (1998) Empirical methods for the construction of masonry arch bridges in the 19th century. u A. Sinopoli, (ur.) *Arch Bridges*, Rotterdam, Balkema, str. 99-106.
- [5] D'Agostino, S. (2015) Between Mechanics and Architecture: The Quest for the Rules of the Art. u O. P. a. K. W. Danila Aita (ur.), *Masonry Structures: Between Mechanics and Architecture*, Birkhauser, str. 1-19.
- [6] Falter, H. i Bogle, A. (1998) Conceptual design of Renaissance arch bridges, u Sinopoli A. (ur.) *Arch bridges*, Cape Town, Balkema, str. 297-328.
- [7] Fletcher, B. (1905) *A history of architecture*, 5. izd., London, B.T. Batsford.
- [8] Heyman, J. (1995) *The Stone Skeleton*, Structural Engineering of Masonry Architecture, Cambridge University Press.
- [9] Heyman, J. (1998) *Structural Analysis. A Historical Approach*, Cambridge University Press.
- [10] Huerta, S. (2006) 'Galileo was Wrong: The Geometrical Design of Masonary Arches', *Nexus Network Journal*, vol. 8, br. 2, str. 25-51.
- [11] Huerta, S. (2008) 'The Analysis of Masonry Architecture: A Historical Approach', *Architectural Science Review*, vol. 51, br. 2, str. 297-328.
- [12] Huerta, S. (2001) 'Mechanics of Masonry vaults: The equilibrium approach', *Historical Constructions*, P.B. Lourenco, P. Roca (eds.), Guimaraes, str. 47-69
- [13] Huerta, S. (2005) The use of simple models in the teaching of the essentials of masonry arch behaviour, *Fondazione Flaminia*, Ravenna
- [14] Jr. Griggs F. (2017) 'Eads Bridge at St. Louis', *STRUCTURE Magazine*, str. 18-20.
- [15] Perko, S. (2012) *Teorije lukova*, Završni rad, Zagreb, Građevinski fakultet, Sveučilište u Zagrebu.

-
- [16] Radić, J. (2009) *Uvod u mostarstvo*, Zagreb, Hrvatska sveučilišna naklada.
- [17] Smoljanović, H., Živaljić, N. & Nikolić, Ž. (2013) 'Pregled metoda za modeliranje povijesnih zidanih konstrukcija', *Građevinar*, str. 603-618.
- [18] Sorić, Z. (1999) *Zidane konstrukcije I*, Zagreb, Sveučilišna tiskara.
- [19] Sorić, Z. (2000) 'Mehanička svojstva nearmiranog ziđa', *Građevinar*, vol. 52, br. 2, str. 67-78.
- [20] Torić, C. (2023) *Zidani lukovi*, Završni rad, Zagreb, Građevinski fakultet, Sveučilište u Zagrebu.