

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
GRAĐEVINSKI FAKULTET

ZAVRŠNI RAD

MODELI ZIDANIH LUKOVA
Models of Masonry Arches

Kristina Štriga

Zagreb, rujan 2015.

SADRŽAJ:

1. UVOD.....	3
2. PREGLED RAZVOJA TEORIJA PRORAČUNA LUKOVA	12
3. VLAČNO TLAČNA ANALOGIJA	200
4. MEHANIZMI SLOMA.....	266
5. PRIMJENA FIZIKALNIH MODELA	29
6. ZAKLJUČAK	35
7. LITERATURA	36

1. UVOD

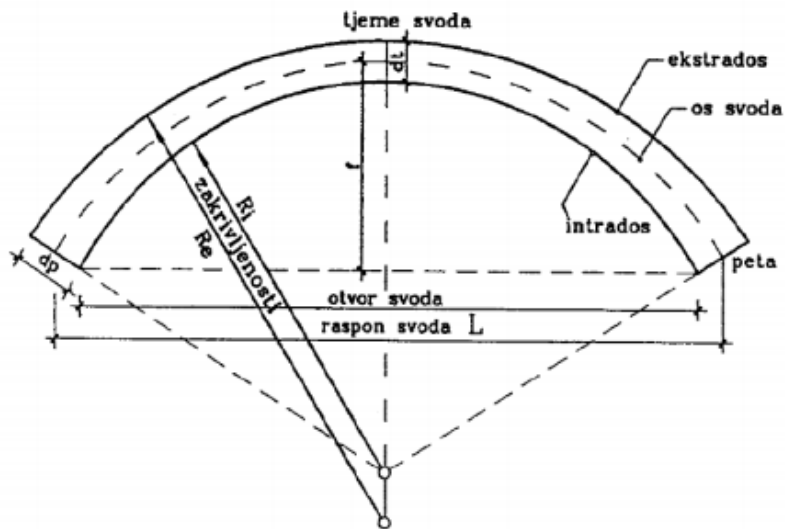
1.1. Općenito

Lukovi su konstrukcijski elementi pretežno opterećeni na tlak. Prema statičkom sustavu, lukovi se dijele na trozglobne, dvozglobne i upete lukove. Trozglobni lukovi su lukovi s tri zgloba, od kojih su 2 uz oslonce, odnosno pete luka i jedan u tjemenu luka, te su oni statički određeni sustavi. Dvozglobni, kod kojeg se zglobovi nalaze u petama luka, i upeti lukovi su statički neodređeni sustavi. S obzirom na oblik razlikujemo trokutasti, polukružni, segmentni, šiljasti, plosnati, eliptični i druge. Nadalje, s obzirom na materijal od kojeg su građeni mogu biti zidani i kameni, drveni, betonski i metalni. Prvi su lukovi građeni od kamena i opeke, te su bili otporni na tlak, a slabo na vlak, što se kasnije prilikom uporabe betona i čelika promijenilo. Uporabom betona do najveće mjere iskorištavamo njegovu glavnu prednost, homogenost, što osobito dolazi do izražaja kod upetih lukova.



Slika 1. Primjer modela trozglobnih lukova

Najviša točka luka naziva se tjeme luka, dok se dijelovi uz oslonce nazivaju pete luka. Vertikalna udaljenost između tjemena i peta luka naziva se strelica luka. Linija donjeg ruba luka je intrados, a gornjeg ekstrados. Horizontalna udaljenost osne linije u petama luka je raspon luka. Horizontalna udaljenost između točaka intradosa naziva se otvor luka. Bitan parametar kod projektiranja lukova je spljoštenost luka, tj. omjer strelice i raspona luka (f/L).



Slika 2. Osnovni dijelovi luka

1.2. Povijesni pregled primjene lukova u graditeljstvu

Prvi lukovi kojima se čovjek koristio za prelazak preko prepreke bile su prirodne tvorevine najčešće od kamena.



Slika 3. Luk u prirodi

Razvojem ljudskih vještina i alata, kameni lukovi zadobivali su sve pravilnije oblike. Paralelno s gradnjom kamenih lukova, počinje primjena blata i gline, u početku sušenih na

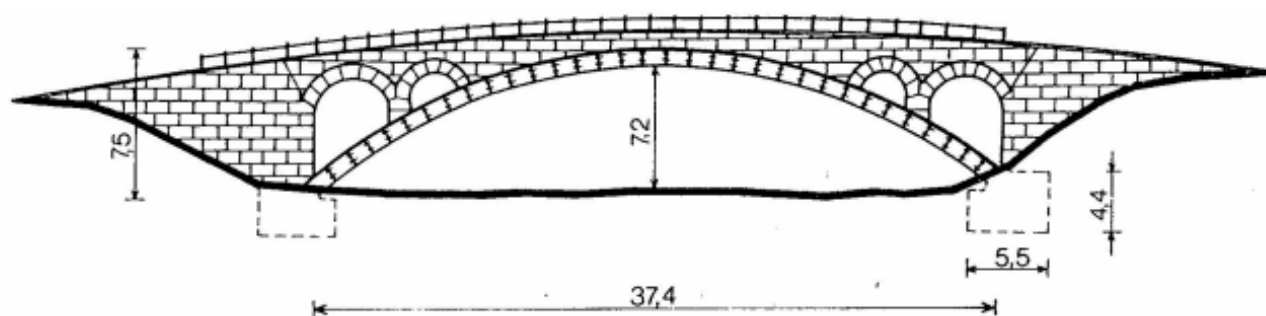
zraku, a kasnije u posebnim pećima radi postizanja veće čvrstoće. U Mezopotamiji se prvi put pojavljuju kvazi ili nepravi svodovi i lukovi koji nastaju ispuštanjem slojeva opeke, dok se pravi lukovi pojavljuju usavršavanjem gradnjom svodova sa radijalnim spojnica.

Rimljani su preuzeli umijeće gradnje kamenog svoda od Etruščana, te ga unaprijedili i usavršili te konačno dobili građevine koje su i danas ostale očuvane, te pokazuju njihovu izuzetnu sposobnost. Rimski lukovi su u pravilu bili polukružnog oblika s naglaskom na peti luka i tjemenu luka sa završnim kamenom. Rimski kameni svodovi sastoje se od klinasto oblikovanih klesanaca, spandrilnih zidova i ispune. Oblik svoda je polukružni, vrlo rijetko segmentni. Za razliku od kasnije građenih mostova sa zemljanom ispunom, rimski uglavnom imaju ispunu od betona. Beton su spravljali tako da su napravili mort od kamena, pucolana i vode, te su njime polijevali veće kamenje i dobili kompaktnu tvorevinu.



Slika 4. Primjer rimskog kamenog luka

U srednjem vijeku se smatralo da je konstrukcija koja ima prave proporcije konstrukcijski ispravna, te se takvo mišljenje zadržalo kroz cijelo mračno doba. Obilježje tog vremena je strogo čuvanje znanja o provjerenim proporcijama koje se prenosilo s jednog naraštaja na drugi. Možemo obratiti pažnju na segmentni lučni most An Chi sagrađen u Kini, koji osim znatne spljoštenosti ima i otvore nad petnim četvrtinama luka, te se na taj način ostvaruje velika ušteda materijala i smanjenje vlastite težine.



Slika 5. An-Chi most, star 1400 godina

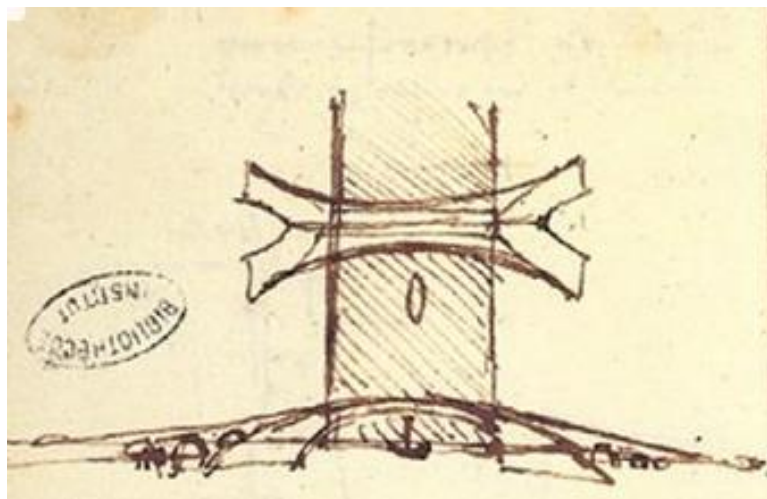
U Europi se povijest mostogradnje nastavlja mostom Johana Benezeta u Avignonu. Građen je od 1177.-1187.god, ima dvadesetak svodova raspona do 40 m, te je jedan od najstarijih i najvećih srednjovjekovnih kamenih mostova. Ipak, najznačajnije kod njega je da njegov luk nije segmentan ili polukružan, već je upotrebljena krivulja sastavljena od tri kružna odsječka s različitim središtima. Osim njega valja spomenuti most preko Maine u Würzburgu, Dunava u Regensburgu, Temze u Londonu i Elbe u Drezdenu.



Slika 6. Most u Avignonu

Srednjovjekovni graditelj ne ističe dekorativnu snagu konstrukcijskih elemenata, već se koristi ukrasima poput tornjeva, kipova ili zgrada. Rasponi srednjovjekovnih svodova većih mostova varirali su od 12 do 22 metra. Osim u mostogradnji, primjenu lukova nalazimo i kod konstrukcija čiji su zidovi imali otvore iznad kojih je trebalo izvesti takve konstrukcijske elemente koji će odozgo povezati krajeve prekinutog zida, preuzeti opterećenje odozgo i prenijeti ga na ležajeve. Tu prava konstrukcijska vrijednost luka započinje primjenom šiljastog luka. Zamijećeno je da se uporabom ovog luka može postići veća vertikalna luka. Umjesto bačvastih svodova sačinjenih od polukružnih lukova počeli su se križati prelomljeni lukovi koji su, za razliku od polukružnih, imali zajednički završetak u tjemenu.

U razdoblju renesanse su se svođeni mostovi mijenjali s arhitektonskog gledišta, te ih po tome možemo razlikovati od srednjovjekovnih, dok s druge strane s tehničkog motrišta nema vidljivih promjena. Mogu se eventualno spomenuti poboljšanja u oblikovnom smislu i povećanju raspona. Ideje o visećim ili zavješanim mostovima koje su nastale u renesansi oživjele su kasnije. Ovdje se ističe zamisao Leonarda da Vincija koji je načinio idejne skice paraboličnog lučnog mosta raspona do oko 300 metara za premoštenje Zlatnog roga u Istanbulu. Tu je dodatnu stabilnost luka osigurao razdvojenim petama, te se pokazalo da je ovakvo rješenje izvedivo.



Slika 7. Skica Leonardovog mosta preko Zlatnog roga

Uz europsko graditeljstvo treba spomenuti i graditeljstvo Otomanskog carstva koje u ovom razdoblju dostiže vrhunac. Najznačajniji most ovog doba je Hajrudinov most u Mostaru.

U drugoj polovici 18. stoljeća se ističe Jean Perronet koji je sagradio 13 lijepo oblikovanih

mostova. Također je potrebno spomenuti most Neuilly s pet košarastih lukova otvora po 39 m i strelice 9 m, debljine stupova 4,3 m što iznosi 1/9 otvora mosta.

Engleski graditelji mostova iz tog doba nadmeću se u smanjivanju masa što se ogleda u oblikovanju građevina.

Među željezničkim mostovima velikih raspona treba spomenuti most Victoria u Engleskoj s glavnim rasponom od 48,8 m, most Lavaur, s otvorom veličine 61,5 m, te najveći željeznički kameni lučni most u Solkanu raspona 85 m (izvorno je oblikovan kao segmentni luk, a kasnije nakon obnove je dobio parabolični oblik luka).



Slika 8. Željeznički most preko rijeke Soče u Solkanu

Proizvodnjom sirovog željeza iz visoke peći (preduvjeti za industrijsku proizvodnju sirovog željeza) počinje nova epoha u građevinarstvu i mostogradnji. Prvi most od lijevanog željeza je preko rijeke Severn raspona 30 m oblikovan po uzoru na kamene građevine. Kasnije je u Engleskoj sagrađeno više sličnih mostova. Također se ističe lučni most s preuzetim potiskom Roberta Stephensona namijenjen cestovnom i željezničkom prometu (dvije razine, cesta gore, a željeznica dolje).

S pojavom novih konstrukcijskih materijala neke od prvih građevina koriste luk (npr. polukružni luk u bazi Eiffelovog tornja). Najveći luk na svijetu je luk u Saint Louisu koji simbolizira prolaz iz istočne u zapadnu Ameriku.



Slika 9. Luk u St. Louisu

Inovacije u mostogradnju uvodi James B. Eads s lučnim mostom Eads Bridge s tri otvora presvođena rešetkastim upetim lukovima raspona 153 m. Na ovom mostu je prvi puta primijenjen legirani čelik i šuplji profili.

U vrijeme prijelaza sa željeza na čelik kao gradivo mostova razvili su se i viseći mostovi. Isambard Kingdom Brunel gradi dva mosta u Velikoj Britaniji, Chepstow i Saltash, na kojima kombinira prednost dvaju sustava. Gornji pojas izvodi u formi luka načinjenog od čelične cijevi dok drugi pojas izvodi od lanca u formi lančanice.



Slika 10. Most Royal Albert preko rijeke Tamar kod mjesta Saltash

Treba spomenuti Eiffelov vijadukt Garabit čiji se sklop sastoji od dva dvozglozna rešetkasta luka međusobno povezana uzdužnim i poprečnim spregovima. Kolnička konstrukcija i stupovi su također rešetkastog sustava.



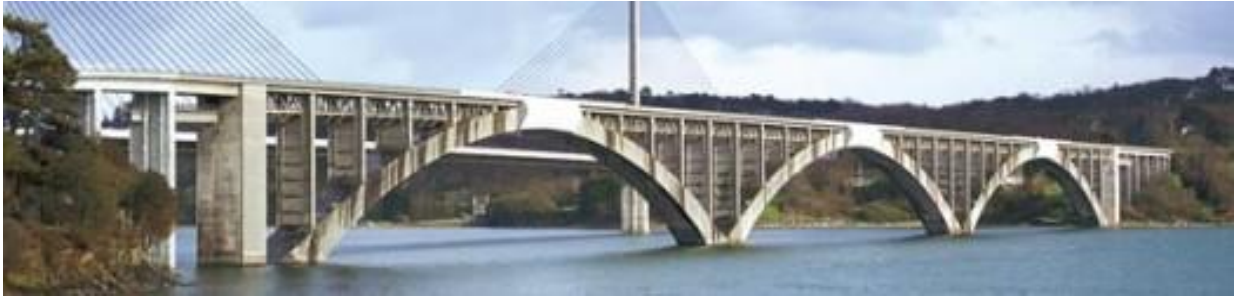
Slika 11. Eiffelov vijadukt Garabit

Pronalazak armiranog betona je pokrenuo gradnju betonskih lučnih mostova s čeličnom mrežnom armaturom. Gradnjom prvih mostova graditelji su uvidjeli brojne prednosti ovakvog načina građenja, iako su na početku naišli na razne probleme zbog nedovoljnog znanja o betonu.

Početak dvadesetog stoljeća Francois Hennebique, Robert Maillart i Eugene Freyssinet razrađuju oblike lukova i svodova koji su primjereniji armiranom betonu. Maillart i Freyssinet se bave i teorijskim i eksperimentalnim istraživanjima.

Hennebiquev prvi značajan most je bio lučni armirano betonski most gdje su elementi sklopa konstrukcijski i statički raščlanjeni. Također je prvi povezao kolničku ploču s lučnim nosačima u monolitnu rebrastu konstrukciju.

Freyssinet, po mnogima najveći konstruktor prošlog stoljeća, započinje svoje djelovanje projektiranjem i izvedbom nearmiranog betonskog mosta La Veudre. Most Albert Loupe je dvokatni most, tako da se na vrhu sklopa odvija cestovni, a ispod njega željeznički promet. Sastoji se od tri armiranobetonska luka sandučastog presjeka.



Slika 12. Most Albert Louppe

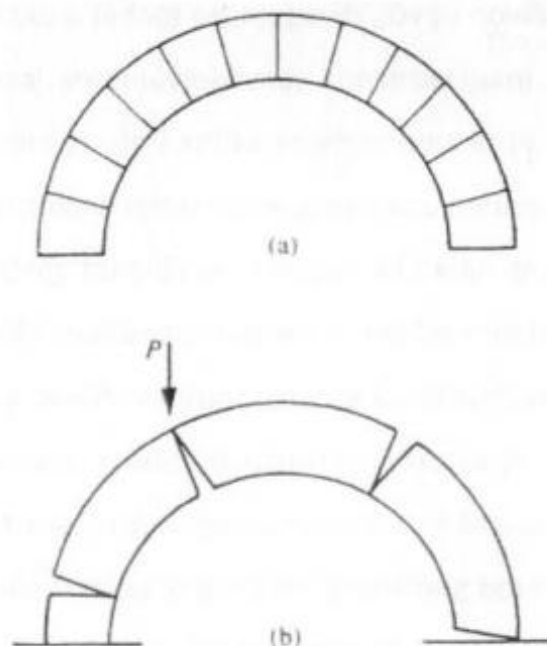
Nadalje, trebamo spomenuti mostove od drva. Značajniji drveni lukovi u Europi su građeni tek od renesanse. Drveni mostovi danas se više grade u zemljama bogatim drvom, te za manje opterećene ceste. Jedan od najznamenitijih drvenih mostova je japanski most Kintai čiji se sklop sastoji od po pet nosača u svakom rasponu međusobno povezanih spregovima. Značajniji europski mostovi su most preko Seine u Parizu (raspon oko 30 m), preko Kokre kod Kranja, te preko autoputa Nancy-Strasbourg.

2. PREGLED RAZVOJA TEORIJA PRORAČUNA LUKOVA

2.1. Tradicionalni (srednjovjekovni) pristup

Iz povijesnog prikaza mostova može se zaključiti da se razvoj lukova odvijao skokovito. Pravila gradnje rimskih svodova nisu zabilježena, ali su približno rekonstruirana proučavanjem preostalih mostova i ostalih povijesnih izvora.

Dolazi se do zaključka da su tadašnji graditelji dosegli granice koje im je nadmetnulo gradivo, a zatim i tehničke mogućnosti prijenosa, oblikovanja i ugradnje. Uglavnom bi gradili sklopove provjerenih obilježja, ali i mostove koji su se do kraja koristili tadašnjom tehnologijom. Iako je najveći broj sačuvanih mostova s polukružnim lukom, Rimljani su gradili i mostove segmentnog intradosa čiji svodovi zatvaraju kut od 83° do 130° .



Slika 13. Polukružni luk opterećen silom

Glavni problem graditelja je bio kako izgraditi luk koji se neće srušiti i kako izgraditi stupove koji će preuzeti potisak. Neki mostovi su potrajali i do danas, ali većina se srušila.

Tradicionalni pristupi projektiranju zidanih lukova i svodova su bazirani uglavnom na geometriji, gradilo se na temelju iskustva i slobodne procjene. Smatralo se da konstrukcija koja ima prave proporcije je konstrukcijski ispravna i takvo se razmišljanje zadržalo kroz cijeli srednji vijek. Obilježje tog vremena je strogo čuvanje znanja o provjerenim proporcijama

koje se prenosilo s jednog naraštaja na drugi. Brojne imponantne građevine nastale u tom razdoblju, koje i danas postoje, pokazuju da iskustveno znanje o stabilnosti i raspodjeli sila unutar zidane konstrukcije u tom vremenu nije bilo zanemarivo. To su bila precizna pravila koja su rabili i antički građevinari, preživjela su "mračno doba" te se pojavila u vrijeme gotike. Ta geometrijska pravila o omjerima daju osnove pravilnog shvaćanja projektiranja i ponašanja ziđa.

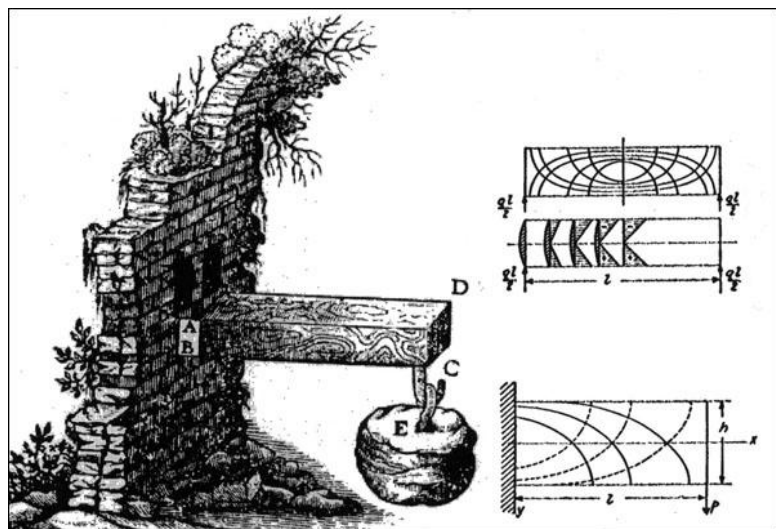
2.2. Suvremeni pristup

Iako su antičke i srednjovjekovne građevine bile zapanjujuće, tradicionalna geometrijska pravila na kojima su se te građevine temeljile nam ne govore ništa o granicama sigurnosti ili najvećim dozvoljenim opterećenjima. Prvi od znanstvenika koji je ušao u to područje građevine je Galileo Galilei. On je u svojoj knjizi „Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze“ (Razgovori i matematički prikazi dvaju novih znanosti) objasnio zakone otpornosti materijala i kinematike, ali s novog stajališta, te se zato smatra osnivačem klasične fizike i mehanike. Prvi je uzeo u obzir čvrstoću konstrukcije, te najavio kraj srednjovjekovnoj konstrukcijskoj teoriji. Želio je odrediti čvrstoću poprečno opterećene konzolne grede kao funkciju njene širine i visine, i to tako da se bilo koja druga greda pravokutnog poprečnog presjeka može izračunati. Došao je do zanimljivog otkrića.

Za razliku od čvrstoće stupa, koja ovisi o površini presjeka i opterećenju, čvrstoća konzole će se povećati i više nego dvostruko ako se poprečni presjek grede udvostruči, što bi značilo da čvrstoća grede raste proporcionalno s kvadratom površine.



Slika 14. Čvrstoća stupa

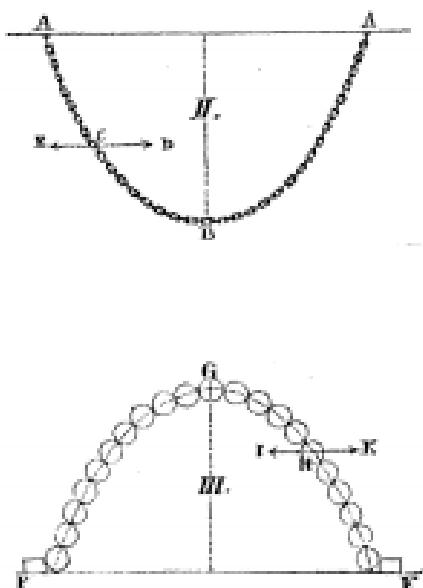


Slika 15. Čvrstoća konzolne grede

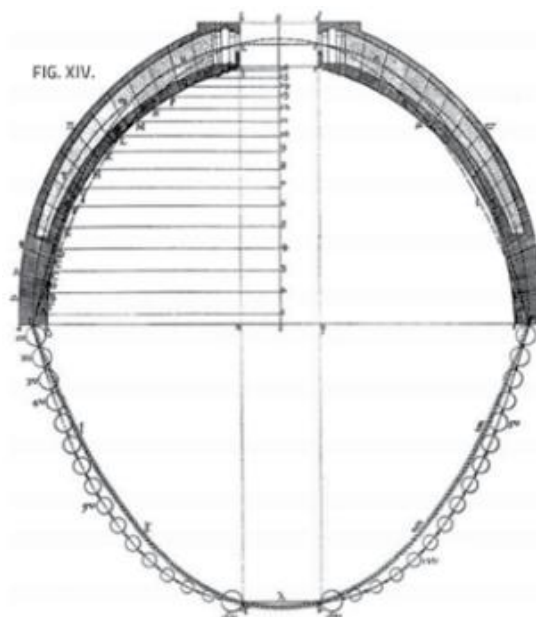
S druge strane, građevinskim materijalima su eksperimentalnim putem određene vrijednosti graničnih naprezanja. Prvi puta su se povezale dvije vrijednosti, naprezanje i čvrstoća, te se utvrdilo da izračunate vrijednosti naprezanja imaju neku granicu sigurnosti ako se uspoređuju s poznatim vrijednostima čvrstoće materijala.

Robert Hooke

Robert Hooke je bio britanski fizičar, matematičar i izumitelj, poznat kao i teoretičar i kao eksperimentalist. Najviše je doprinio otkrivši ovisnost promjene oblika čvrstog tijela u obliku štapa o djelovanju vanjske sile, nazvano Hookeovim zakonom. Uz to se bavio eksperimentima na modelima lukova, ali nije mogao naći odgovarajuće matematičke izraze koji opisuju lančanicu. No nakon njegove smrti je objavljen zaključak: „Kao što visi savitljiva nit, tako će, ali obrnuto, stajati kruti luk“. Robert Hooke je uočio da dijelovi kamenog luka imaju oblik obrnute obješene lančanice. Matematički oblik obješene lančanice izveo je David Gregory koji je 1698. neovisno došao do Hookove tvrdnje i proširio je na način da se može primijeniti kod lukova konačne debljine. Prema Gregoryju lukovi su stabilni kada se unutar njihove debljine može položiti obješena lančanica. Analogija s lančanicom koristila se kroz 18. i 19. stoljeće za oblikovanje i analizu kamenih mostova i kupola. Jedan od najznačajnijih takvih primjera je analiza kupole Svetog Petra u Vatikanu koju je napravio Poleni.



Slika 16. Odnos lančanice i luka

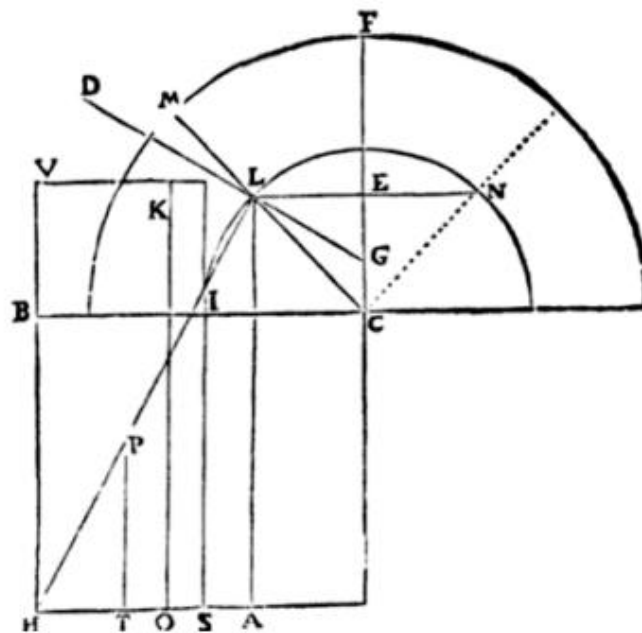


Slika 17. Polonijeva analiza ravnoteže kupole Sv. Petra

Philippe de La Hire

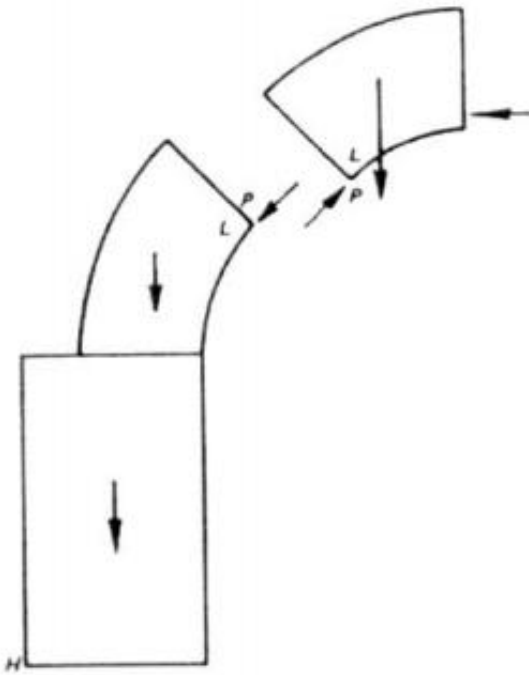
La Hire je doživljavao luk kao niz krutih blokova koji mogu imati relativne pomake. Pretpostavio je da na mjestima dodirivanja površina dva susjedna klinasta kamena bloka u polukružnom zidanom luku neće biti trenja, te je za to trebao pronaći težinu blokova. Problem je riješio inovacijom poligona sila i odgovarajućeg verižnog poligona za lukove, što je zapravo bila tlačna linija, iako La Hire to još tada nije znao. Proučavajući je shvatio da za lukove s glatkim blokovima tlačna linija mora biti okomita na dodirne površine blokova. Ako bi ležajne plohe bile horizontalne, težina blokova bi trebala biti beskonačna, što znači da bi luk takvog oblika s glatkim površinama bio nestabilan. Došao je do zaključka da se trenje ne smije zanemariti jer daje potrebnu stabilnost luku.

Godine 1712. odlučio se ponovno vratiti proučavanju lukova. Zanemariivši sve prijašnje pretpostavke o potpuno glatkim blokovima, uzeo je trenje dovoljne veličine da ne dođe do klizanja. Sad je dobio tlačnu liniju koja zbog trenja nije trebala biti okomita na dodirne površine. Osim tlačne linije, želio je odrediti vrijednosti potiska luka te pomoću njih odrediti dimenzije upornjaka i stupova.



Slika 18. Mehanika polukružnog luka

Na slici 18. je prikazana skica polukružnog luka. Uzeo je duljinu LM kao kritičnu duljinu, mjesto gdje se dodiruju dva susjedna kamena bloka nevezana veznim sredstvom. Kad bi se duljina raspona malo promijenila, došlo bi do pojave plastičnog zgloba u točki L, te bi ona ostala jedina dodirna točka između gornjeg i donjeg dijela bloka, te kroz tu točku prolaze sve sile iz gornjeg dijela u donji.



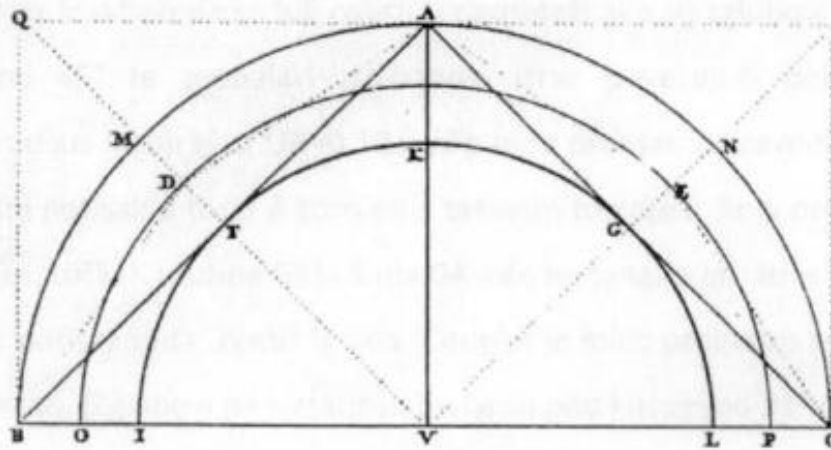
Slika 19. Statika polukružnog luka

Znajući težine blokova, mogu se dobiti sile koje djeluju na luk. Ako izračunamo vrijednost momenta oko točke H, možemo dobiti izraz za provjeru stabilnosti cijele konstrukcije. Iako La Hire nije dao nikakvo pravilo za takav proračun, već samo ideju, puno je doprinio daljnjim istraživanjima.

Pierre Couplet

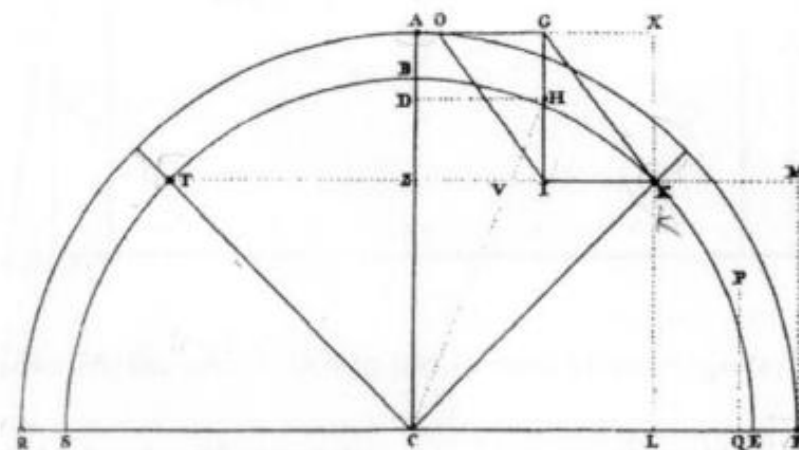
P. Couplet bio je francuski inženjer koji je izdao knjigu Memoire u dva izdanja. Prvo izdanje izdano 1729. se bazira na La Hire-ovoj pretpostavci o glatkim idealiziranim blokovima, ali ubrzo i on sam odbacuje tu teoriju. Drugo, značajnije izdanje napisao je 1730. godine. U njemu je istraživao realne lukove. Na početku je naveo pretpostavke o ponašanju materijala – trenje spaja materijale i onemogućava klizanje, ali nema otpora kod odvajanja blokova. Na temelju toga zaključuje da zid nema vlačnu čvrstoću, da je tlačna čvrstoća je

beskonačna i da ne može doći do sloma zbog klizanja. Uz to, naveo je i dva pristupa rješavanja konstrukcijskog problema: pomoću ravnoteže i pomoću deformacije.



Slika 20. Luk koji se ne bi mogao srušiti pod opterećenjem u točki A

Njegov teorem govori da se konstrukcija neće srušiti pod opterećenjem u točki A ako tetiva iz polovine ekstradosa ne siječe u ni jednoj točki intrados, odnosno ako leži unutar debljine luka.



Slika 21. Polukružni luk minimalne debljine

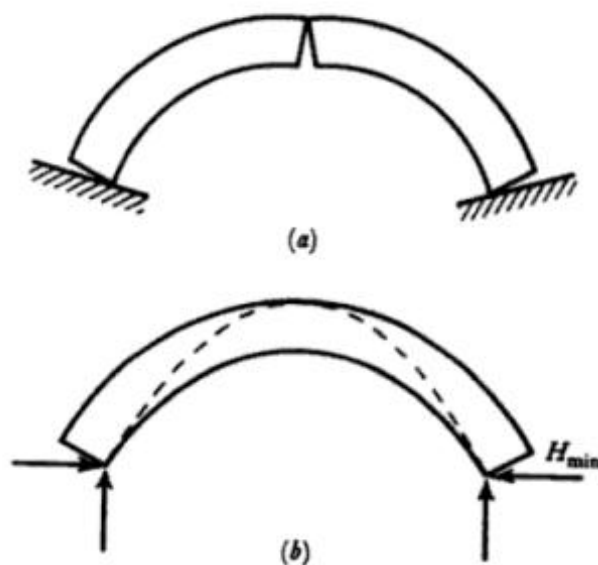
Coupletov sljedeći problem je bio pronaći najmanju debljinu luka koji će biti sposoban nositi samo vlastitu težinu. Pod djelovanjem vlastite težine luk će se odvojiti na četiri dijela, sa dodirnim točkama R, T, A, K i F koje će ujedno biti i zglobovi.

Uzimajući u obzir težinu blokova, došao je do odnosa radijusa R i debljine luka t koji još uvijek daje dovoljnu stabilnost da se luk ne sruši, a glasi $t/R=0,101$. Također je smatrao da se luk nalazi u ravnoteži ako su zglobovi T i K smješteni pod kutem od 45° . Prema Coupletu slom će se dogoditi kada se u luku pojavi dovoljan broj zglobova da se stvori mehanizam.

Charles – Augustin de Coulomb

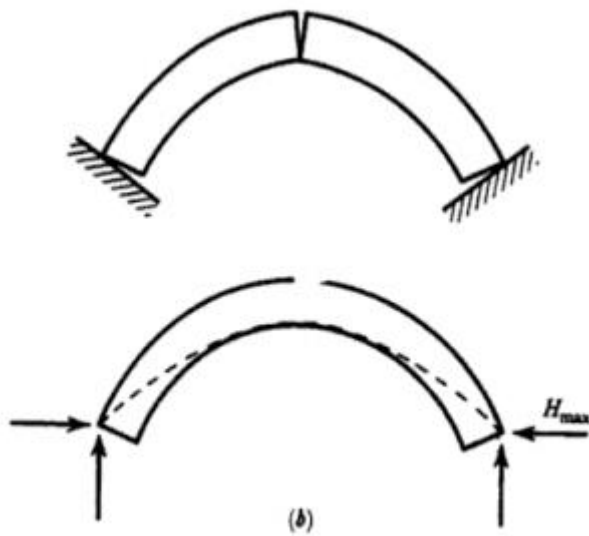
Coulomb je bio francuski fizičar koji je uz otkrića u području mehanike te elektriciteta i magnetizma pridonio građevini u području lukova, i to određivanjem vrijednosti horizontalnog pritiska lučnih konstrukcija koje se odupiru opterećenju koje djeluje na luk, te ne dopuštaju širenje luka. Objavio je prvu opću teoriju o stabilnosti lukova 1773.godine. U njoj je Coulomb razvio matematičku bazu za opisivanje različitih oblika kolapsa lukova uzimajući u obzir relativne rotacije i klizanje između blokova. Coulomb je smatrao da se klizanje među blokovima rijetko događa pa je sugerirao da se u razmatranju za praktične svrhe uzimaju samo oblici sloma uzrokovani relativnim rotacijama blokova. Dokazao je da prilikom stvaranja plastičnih zglobova u konstrukciji neće uvijek doći do gubitka stabilnost, ako je sila u ležajevima dovoljno velika da drži luk stabilnim.

Promatramo luk na koji nanesimo opterećenje veće od dopuštenog. Zbog tog opterećenja će doći do širenja oslonaca i povećanja raspona, pojave plastičnih zglobova (tjeme i oslonci) te u konačnici do rušenja luka. Za taj slučaj ćemo znati izgled tlačne linije – tangira ekstrados u tjemenu i intrados u petama luka.



Slika 22. Luk većeg raspona

Kad bi se raspon tog luka smanjio, pojavili bi se zglobovi na istim mjestima, samo na suprotnim stranama – jedan na intradosu u tjemenu i dva na ekstradosu u blizini peta luka.



Slika 23. Luk smanjenog raspona

Iz ovih primjera možemo zaključiti da sile horizontalnih potiska moraju biti između H_{\min} (prvi slučaj) i H_{\max} (drugi slučaj). Ako pak sile nisu između H_{\min} i H_{\max} , doći će do pojave četvrtog zgloba i luk će se srušiti.

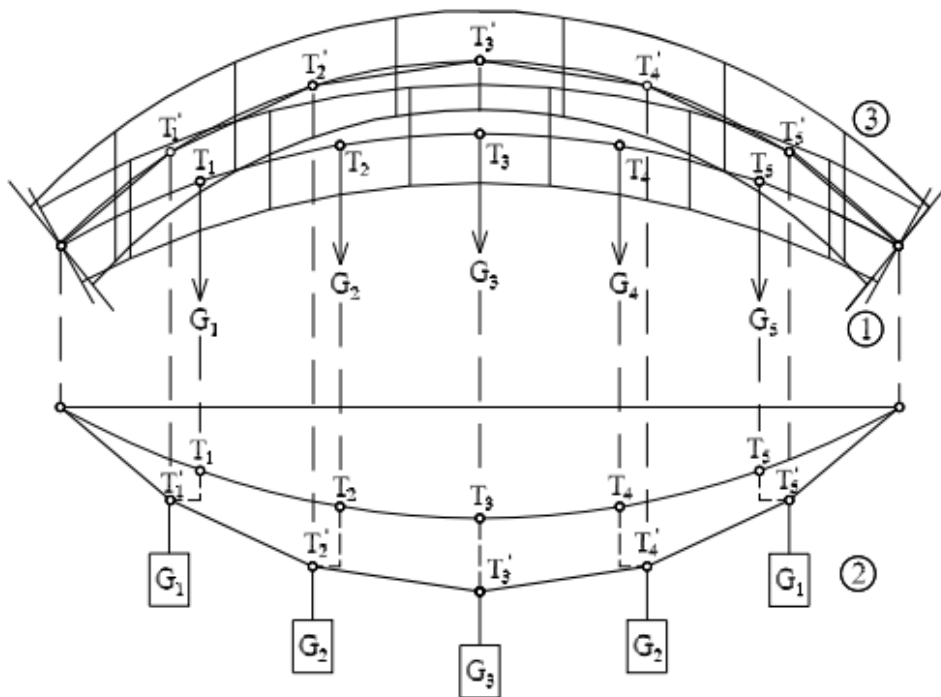
3. VLAČNO TLAČNA ANALOGIJA

3.1. *Materijal*

Od najstarijih vremena ljudi su razaranjem materijala koji ih okružuju naučili mnogo o njihovim svojstvima. Tako su na primjer naučili klesati kamen, oblikovati drvo, a mogli su procijeniti nosivost materijala kojeg su obrađivali. Da bi razumjeli konstrukcijsko djelovanje luka, trebamo poznavati osnovna mehanička svojstva materijala. A bitna mehanička svojstva ziđa su: ziđe je heterogeni, anizotropan materijal, s velikom čvrstoćom na tlak, a malom čvrstoćom na vlak, te nema opasnosti da dođe do klizanja između kamenja. Sve ove tvrdnje iznesene su u teoriji lukova u 18. i 19. stoljeću.

3.2. *Tlačna linija*

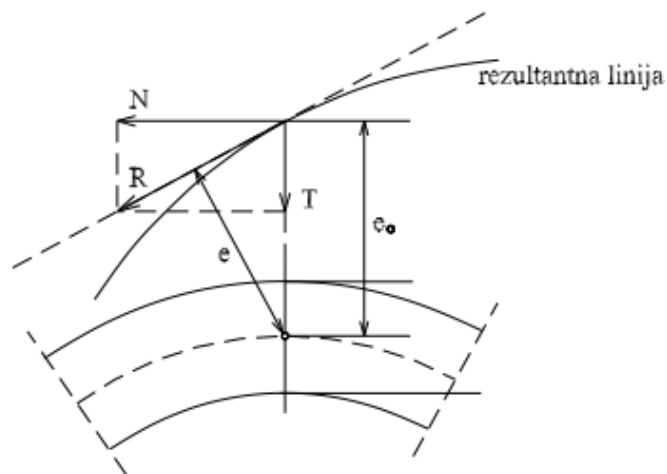
Najprije se u nekom mjerilu nacрта pretpostavljena os luka. Zatim se oblikuju pete i rubovi, te se luk podijeli na nekoliko odsječaka. Prema gustoći materijala i volumena pojedinog dijela proračunaju se težine i položaje težišta svakoga od njih. Zatim se upotrijebi uže duljine osi luka i optereti se utezima težine odsječaka. Odsječci se objese na mjesta težišta odsječaka. Zbog male krutosti na savijanje uže bi poprimilo ravnotežni oblik čija bi zrcalna slika odudarala od pretpostavljenog oblika luka. Hvatišta utega zauzela bi novi položaj. Dobiveni položaji bi se trebali zrcaliti. Težine utega su bile znatno veće s obzirom na težinu užeta, pa se moglo zanemariti povećanje provjesa među hvatištima od djelovanja vlastite težine užeta. Kroz zrcalne položaje provuče se nova os, odrede se konture i podijele na odsječke čija se težišta približno podudaraju s dobivenim položajem hvatišta. Zatim se ponovno odrede težine odsječaka i ponovi cijeli postupak. U ovim se postupcima vide dijelovi iteracijskog postupka proračuna, koji se ne provodi numerički nego eksperimentalno. Iteracija bi se trebala ponoviti beskonačno mnogo puta, ali stari graditelji bi napravili dva do tri ciklusa (znatno odstupanje užeta od osi luka).



Slika 24. Analogija između luka i lančanice

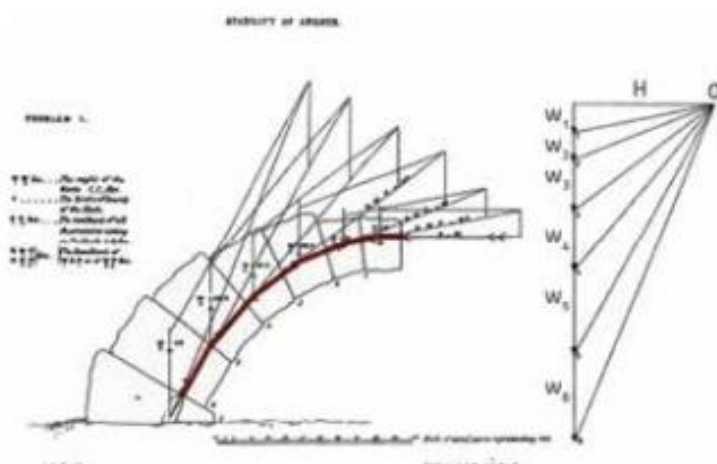
Zidane konstrukcije su one koje su izvedene od zidanih elemenata (blokova ili opeke) povezanih mortom ili nekim sličnim materijalom. U luku opterećenom vertikalnim opterećenjem nastaje tlačna sila, a reakcije u osloncima su kose. Točka u kojoj djeluje tlačna sila zove se centar potiska, a nalazi se unutar odgovarajuće dodirne površine. Da bi luk mogao stajati, bez da dođe do prevrtanja ili otkazivanja nosivosti u nekom drugom obliku, mora se osigurati da se opterećenje prenosi s bloka na blok. Dva potiska sa svake strane bloka održavaju ravnotežu i osiguravaju stabilnost. Na mjestu završetka luka i oslonaca javljaju se najveće sile u luku, odnosno rezultante svih prethodnih sila, a nazivaju se potiskom luka. Prilikom projektiranja luka trebamo osigurati da luk može stajati samostalno i pritom paziti da potisak ne bude veći od sile koju oslonac može primiti, jer će inače doći do rušenja konstrukcije.

Oblik osi užeta pod zadanim opterećenjem zovemo vlačna linija. Zrcalni oblik osi zovemo tlačna linija. Zajednički naziv je resultantna linija – krivulja čija tangenta određuje pravce rezultanti unutarnjih sila u odgovarajućem presjeku štapa. Oblik linije ovisi o geometriji luka, opterećenju i vrsti ležajeva. Svakom opterećenju istog luka odgovara drugačija resultantna linija.



Slika 25. Prikaz rezultantne linije

Ako se os luka podudara s rezultantnom linijom momenti savijanja su za pripadno opterećenje jednaki nuli (uže kao primjer vlačne linije ne može preuzeti momente, pa zbog zrcalne analogije ni u tlačnoj nema savijanja). Ako postoji odstupanje osi luka od rezultantne linije u luku se pojavljuju momenti savijanja. Na temelju tog odstupanja možemo odrediti oblik momentnog dijagrama i vrijednosti momenta koje se pojavljuju u luku. Primjenom jezgre presjeka možemo odrediti područje u luku unutar kojeg treba smjestiti zrcaljeno uže da momenti ne uzrokuju vlačna naprezanja u presjecima.

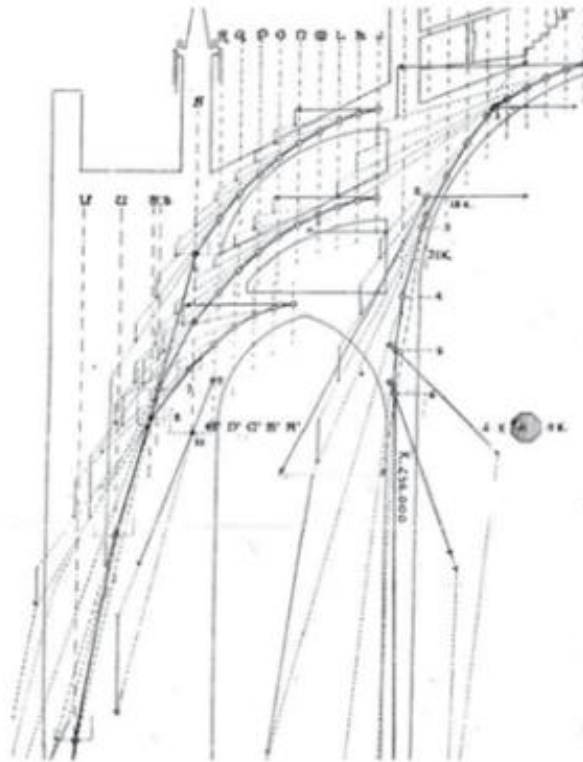


Slika 26. Tlačna linija i poligon sila

Luk je statički neodređena konstrukcija, pa jednađbe ravnoteže nisu dovoljne za izračunavanje unutarnjih sila. Isto tako, u luku dovoljne debljine može se pronaći beskonačno mnogo linija potiska. Pitanje je, jesu li linija potiska i tlačna linija iste linije?

Prva teorija koja rješava taj problem je Moseleyeva metoda. On je prvi objasnio tlačnu liniju, te pokušao odrediti njeno područje. Drugu metodu za određivanje tlačne linije je iznio Villarceau, umetanjem tri zgloba u luk. Na taj način je dobio statički određen sustav i tako odredio točno područje tlačne linije.

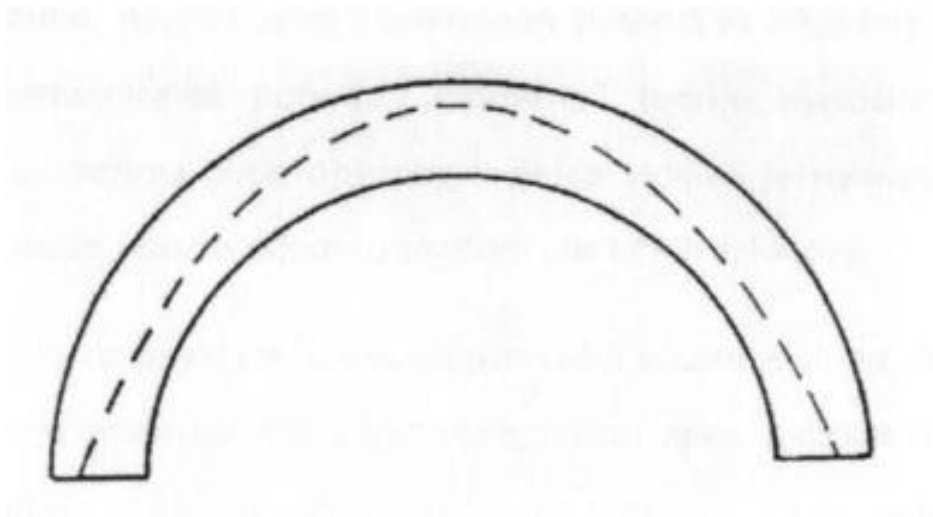
Za odrediti samo jednu tlačnu liniju potrebno je smanjivati luk do debljine na kojoj će postojati samo jedna tlačna linija. Kod tog luka će doći do pojave plastičnih zglobova bez dodatnih opterećenja ili deformacija, a pri novom opterećenju će doći do pojave loma.



Slika 27. Primjena grafičke statike u analizi katedrale u Mallorci

3.3. *Elastično rješenje*

Moderna analiza konstrukcija koja uzima u obzir elastična svojstva materijala započela je s Hookovim zakonom ($\sigma = E \epsilon$) formuliranim 1676. godine na kojem se temelji teorija elastičnosti.



Slika 28. Tlačna linija u kružnom luku

Poncelet je u svojem osvrtu o teorijama lukova predložio primjenu elastične teorije kako bi se dobilo jedinstveno rješenje za pojedine oblike i vrste lukova. Ako bi materijal bio linearno elastičan i upornjaci kruti, tada bi se mogao izračunati jedinstven položaj tlačne linije (slika 25.). Ipak, graditelji tog vremena su pokazali otpor pristupu zida kao elastičnom materijalu. Do 1880. lukovi su se dijelili na „elastične“ ako su bili izrađeni od drva ili čelika, te na „krute“ ako su bili zidani ili kameni.

Oko 1860.-e napravljene su prve detaljne elastične analize zidanih lukova. Winkler je bio među prvima koji je iznio raspravu o elastičnom pristupu analizi zidanih lukova. Nakon proučavanja prijašnjih i suvremenih teorija, shvatio je da je elastična teorija najbolje rješenje. Prvi je u proračun uveo vanjske uvjete koji bi mogli utjecati na poziciju tlačne linije (npr. slijeganje oslonaca pod opterećenjem, temperaturne promjene, nesavršenosti gradnje,..). Ti uvjeti bi mogli potaknuti razvoj pukotina, što bi znatno utjecalo na područje tlačne linije. Zbog toga je predložio umetanje unutarnjih zglobova prilikom gradnje kako bi se lakše kontrolirala tlačna linija.

Nakon 1880.-e elastična teorija je prihvaćena i radilo se na pojednostavljenju proračuna kojeg je zahtijevala teorija. Ipak su ostale mnoge nedoumice, pa je Austrijski institut inženjera i arhitekata napravio niz istraživanja i eksperimenata na ciglenim, kamenim, armiranim i nearmiranim betonskim lukovima. Rezultati su potvrdili da se radi o novoj elastičnoj teoriji. Svedeno je na fotografijama i crtežima ovog opširnog izvješća vidljivo rušenje zbog pomaka i stvaranje mehanizama zbog naknadnih plastičnih zglobova. Iako je materijal bio anizotropan i heterogen, te se konstrukcija rušila pod utjecajem

vanjskog djelovanja, elastična teorija se smatrala najboljim rješenjem, te je zato nazvana „moderna teorija lukova“.

4. MEHANIZMI SLOMA

Statički određene konstrukcije će se formiranjem plastičnog zgloba u bilo kojem presjeku pretvoriti u mehanizam. Statički neodređenim konstrukcijama se formiranjem plastičnog zgloba neće ugroziti nosivost. Ako je konstrukcija n puta statički neodređena, formiranjem n plastičnih zglobova ona prelazi u stabilnu statički određenu konstrukciju. Da bi konstrukcija n puta statički neodređena postala nestabilna, potrebno je formiranje $n+1$ plastičnih zglobova. Tada će konstrukcija izgubiti nosivost i pretvoriti se u mehanizam.

Želimo li potpuno razumjeti luk, potrebno je proučiti njegove mehanizme sloma. No, kako je moguće da se sruši konstrukcija izgrađena materijalom beskonačne čvrstoće? Znamo da prevelike deformacije dovode do sloma, no može li doći do rušenja bez deformacija.

Da bi luk postao statički određen sustav potrebno je umetnuti tri zgloba. Zglobovi će se stvoriti ili pod direktnim opterećenjem ili zbog deformacija uzrokovanih slijeganjem, horizontalnim pomacima oslonaca ili promjena temperature.



Slika 29. Formiranje zgloba zbog povećanja raspona

Promatramo jednostavan kameni luk sastavljen od klinastih blokova. Ako se upornjaci pomaknu za mali iznos, luk će se prilagoditi tom rasponu. Da bi se to omogućilo, doći će do pojave pukotina. Kako je ranije rečeno, kameni blokovi zbog trenja neće iskliznuti, zbog velike krutosti će deformacije biti zanemarivo male, ali blokovi se mogu rotirati oko kontaktne točke između dva bloka. Pukotine koje mogu nastati na ekstradosu i intradosu gledamo kao zglobove. Zbog promjene oblika luka, doći će do promjene oblika tlačne linije. Posljedica je dodirivanje tlačne linije s rubom i nastajanje zglobova na tim mjestima.

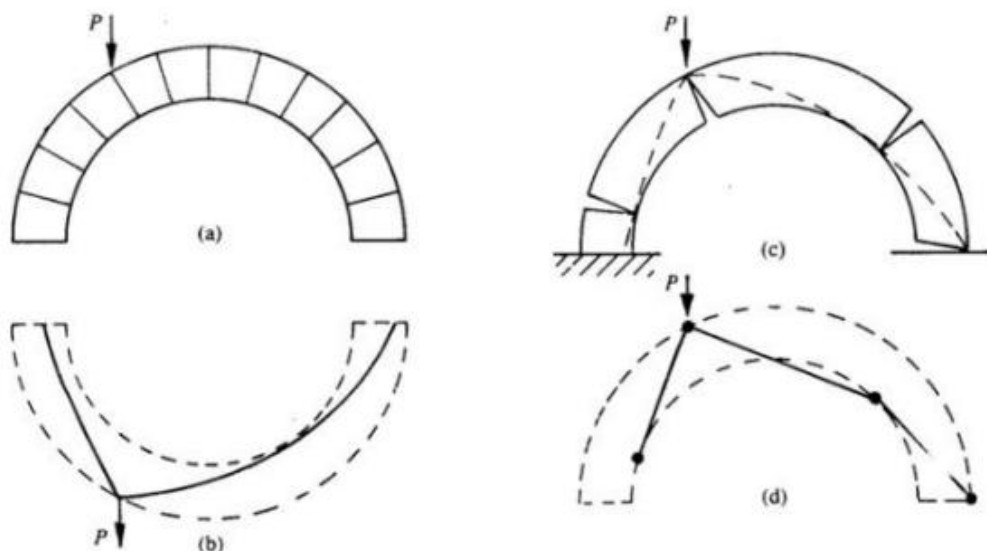
Kod složenijih konstrukcija će do formiranja pukotine doći i kroz kamene blokove, a ne samo između njih. No pukotine ne predstavljaju početak rušenja konstrukcija, već pokazuju da je došlo do nepredvidivih promjena u okolini konstrukcije.



Slika 30. Formiranje zgloba zbog smanjenja raspona

Ako se pak smanji raspon luka tako da se upornjaci pomaknu jedan bliže drugome, formirat će se zglobovi, ali uz maksimalan pritisak upornjaka.

Kao što je ranije rečeno, ako tlačna linija dodiruje rubove zida, doći će do formiranja zgloba. Formiranjem tri zgloba luk postaje statički određen sustav, a formiranjem još jednog pretvara se u mehanizam, te dolazi do njegovog rušenja bez da dođe do sloma materijala. Četvrti zglob će nastati povećanjem opterećenja. To dodatno opterećenje deformirat će tlačnu liniju. Opterećenje kod kojeg se formira četvrti zglob je kritično opterećenje.



Slika 31. Formiranje zglobova zbog dodatnog opterećenja

Polukružni luk je opterećen vlastitom težinom i dodatnom silom P . Tlačna linija će se micati prema krajevima luka. Kad dostigne kritičnu vrijednost, tlačna će linija dodirnuti rub luka i na tom će mjestu doći do formiranja zgloba.

5. PRIMJENA FIZIKALNIH MODELA

Najveći dijelovi povijesnih građevina napravljeni su od materijala kao što su kamen i opeka. Zidane konstrukcije općenito zadržavaju svoja prvobitna svojstva, a to nas upućuje na složenost takvih konstrukcija. Ponašanje zidanih konstrukcija može biti vrlo složen i nejasan problem. Da bismo razumjeli ponašanje zidanih konstrukcija, potrebne su nam informacije o svojstvima konstrukcije. Ispitivanja na samim konstrukcijama nisu bila racionalna jer najprije zahtijevaju izvođenje građevine čija uspješnost nije sigurna. U slučaju slabih rezultata pokusa (često do sloma) trebalo bi ponovno izvesti poboljšanu konstrukciju. Postoje povijesni zapisi koji opisuju pokuse na modelima. Rezultati takvih pokusa nisu bili pouzdani jer su stari graditelji slabo poznavali probleme sličnosti koji se mogu pojaviti prilikom primjene takvih rezultata na stvarne dimenzije građevine. Danas se ovakav postupak upotrebljava pri masovnoj proizvodnji gdje se izrađuje i temeljito testira prototip koji se tek nakon detaljnog dotjerivanja šalje u serijsku proizvodnju.

Ovdje ću prikazati ponašanje modela luka pri micanju oslonaca i dodatnom opterećenju, te tlačnu liniju za određene situacije. Model se sastoji od luka koji je izrađen od kartona debljine 1 mm i lančanice.

Prilikom izrade luka od kartona napravila sam 10 elemenata luka, te 2 upornjaka.

Prije izrade samog luka, trebalo je provjeriti stabilnost luka. Kao što je ranije rečeno, luk će biti stabilan ako će lančanica ostati unutar njegovih kontura, odnosno između intradosa i ekstradosa. Nakon što se dokaže stabilnost, može se krenuti s izradom luka. Nakon što su elementi luka napravljeni, može se krenuti sa slaganjem luka, tako da se počne od oslonaca, te ide prema tjemenu.



Slika 32. Tlačna linija unutar luka



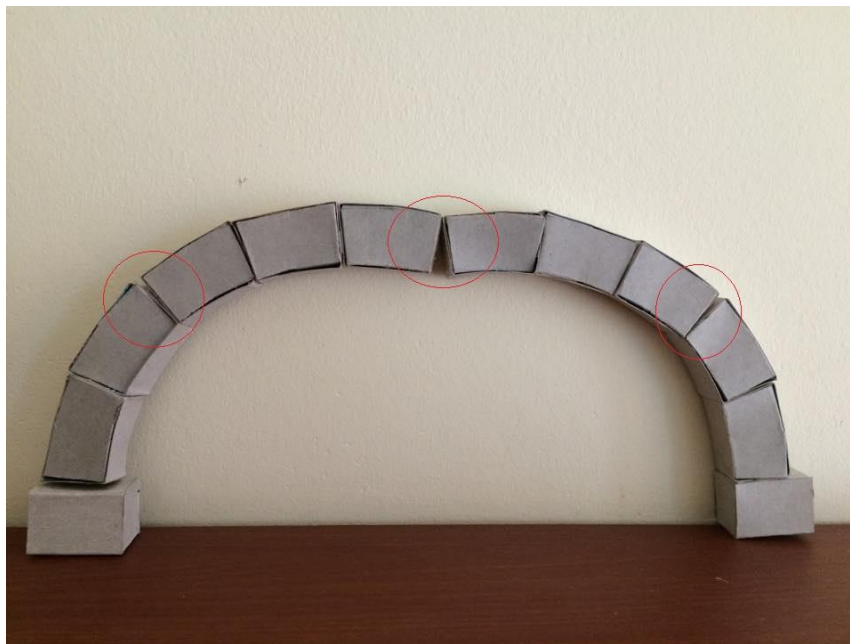
Slika 33. Model luka

Model sa slike 33. prikazuje luk koji je u ravnoteži, statički neodređen i sa beskonačnim brojem tlačnih linija koje mogu stati između intradosa i ekstradosa. No ako djelujemo horizontalnom silom na oslonce, raspon luka će se povećavati ili smanjivati, ovisno o smislu djelovanja sile. Prilikom mijenjanja raspona, u nekom trenutku, kada sila bude dovoljno velika, dolazi do stvaranja plastičnih zglobova. Prilikom nastajanja tri zgloba luk postaje statički određen sustav, postoji jedna tlačna linija za taj luk i moguće je izračunati sve unutarnje sile.

U prvom primjeru (slika 35.) djelujemo silom prema van i pritom dolazi do povećanja raspona. Prilikom dostizanja određene vrijednosti sile, formiraju se zglobovi. Jedan nastaje na ekstradosu na tjemenu i dva na intradosu.



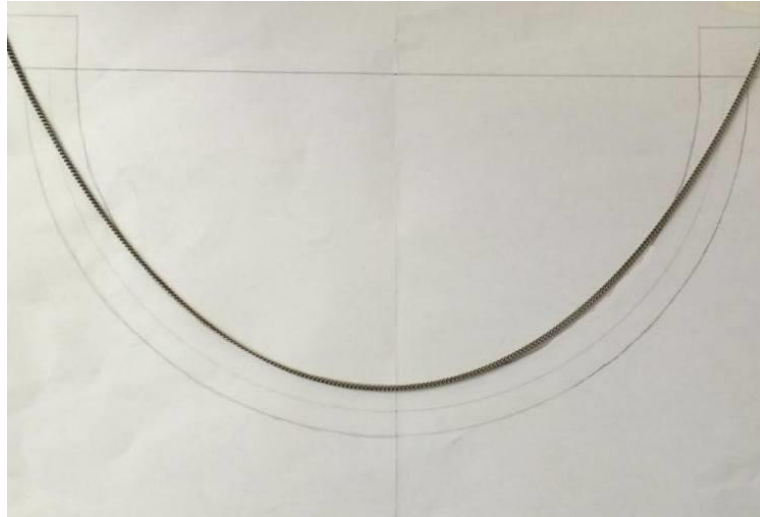
Slika 34. Tlačna linija kod povećanja raspona



Slika 35. Model luka kod povećanja raspona

Nakon toga ćemo smanjiti raspon (slika 37.). Pojavit će se zglob na intradosu u tjemenu i zglobovi na ekstradosu u petama luka.

Tlačna linija će i u jednom i u drugom primjeru (slika 34. i 36.) prolaziti kroz zglobove luka.



Slika 36. Tlačna linija kod smanjenja raspona



Slika 37. Model luka kod smanjenja raspona

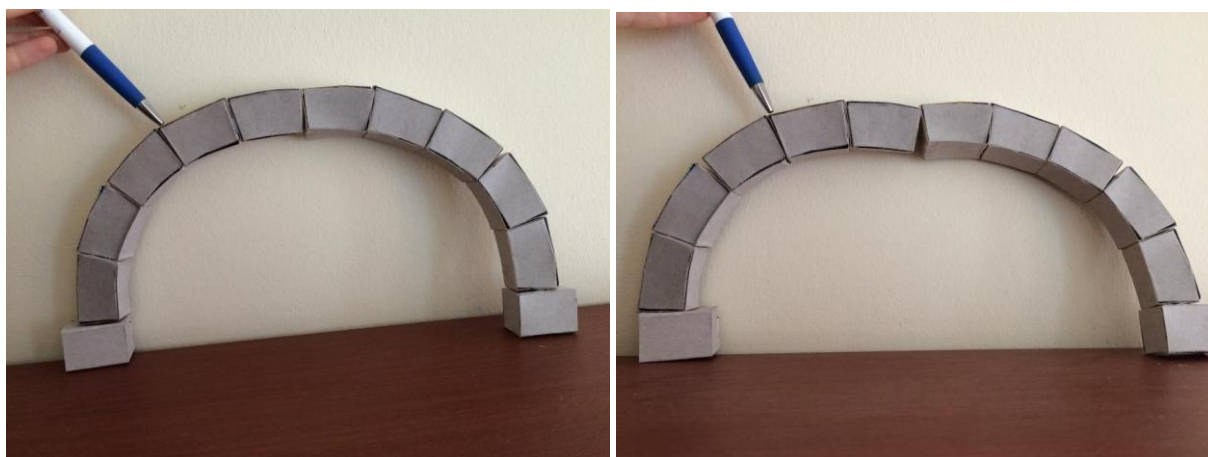
Na zadnjem primjeru pokazat ćemo nastanak četvrtog zgloba, pretvaranje luka u mehanizam te u konačnici rušenje luka. Na slici 38. pokazana je lančanica pri djelovanju koncentrirane sile.

Tamo gdje tlačna linija (lančanica) dodiruje intrados doći će do pojave zgloba.



Slika 38. Prikaz tlačne linije kod djelovanja koncentriranog opterećenja

Nakon nanošenja opterećenja, počinje razvoj pukotina, te one rastu dok ne dođe do sloma.



Slika 39. Prikaz nanošenja koncentrirane sile, razvoj pukotina te slom luka

Iz pokusa možemo zaključiti:

- Zidani luk je tlačni element – zato je lančanica (tlačna linija) unutar luka, te ona dokazuje da model neće biti u vlaku.
- Mijenjanjem opterećenja, mijenja se oblik tlačne linije.
- Možemo izračunati maksimalni i minimalni potisak luka.
- U točkama u kojim lančanica dodiruje intrados i ekstrados dolazi do formiranja zglobova.
- Prilikom povećanja/smanjenja raspona zbog djelovanja opterećenja pojavit će se zglobovi. Pritom će jedan nastati na tjemenu, a dva petama luka.
- Zglobovi koju nastaju će u stvarnosti bili pukotine, i bit će na mjestu gdje tlačna linija dodiruje intrados, odnosno ekstrados. Ta tri zgloba pretvaraju luk iz statički neodređenog sustava u statički određen.
- Prilikom povećanja raspona potisak će biti minimalan, dok će prilikom smanjenja raspona potisak biti maksimalan.
- Sljedeća faza je razvoj četvrtog zgloba, tako da se doda dodatno opterećenja. Kad dodatno opterećenje dosegne određenu vrijednost, konstrukcija postaje mehanizam i dolazi do rušenja luka.
- Za luk određene debljine postoji beskonačno mnogo tlačnih linija, no kako smanjujemo debljinu luka, smanjujemo i broj tlačnih linija.
- Minimalan luk je luk kojem je debljina toliko smanjena da ima samo jednu tlačnu liniju.

6. ZAKLJUČAK

Zidani lukovi imaju važnu ulogu u građevinarstvu, a nalazimo ih u mnogim povijesnim građevinama diljem svijeta. Naši su preci zamijetili da špilje u kojima obitavaju mogu premostiti prilično velike raspone. Brvno, palo preko korita rijeke, dobro je služilo za prijelaz ljudi i dobara. Uočili su veliku krutost ljske jajeta i oklopa školjki, te elastičnost bambusovine. Proučavajući nosivost takvih konstrukcija shvatili su njihove prednosti i nedostatke. Prednosti su nastojali unaprijediti, a nedostatke ukloniti. Na taj su način, usavršavanjem primjera iz prirode, stvarali izvorna konstruktivna rješenja. Iz ovih saznanja vidimo da je sve što su oni imali temeljeno na iskustvu.

Tradicionalni je pristup bio temeljen na iskustvu i procjeni. Proučavanjem prijašnjih građevina, graditelji su dolazili do raznih spoznaja. S druge strane, suvremeni se pristup bavio proučavanjem čvrstoće materijala ili najvećeg dopuštenog opterećenja. Ovdje je važno spomenuti Hookeov zaključak o lančanici, koji je temelj raznih spoznaja o tlačnoj liniji. No iako je suvremeni pristup daleko razvijeniji od tradicionalnog, oba se baziraju na proučavanju zidanih lukova koji se danas rijetko grade. Kamen i opeku je zamijenio beton, te su se time morali promijeniti pristupi građenju mostova.

Najvažnije otkriće je tlačna linija. Pomoću nje graditelj konstruira luk koji se treba u što većoj mjeri poklapati s njom radi postizanja minimalnih momenata savijanja. Zato se u elastičnoj teoriji radi na traženju jedne tlačne linije, koja bi pojednostavila proračune lukova. Građeni su lukovi s tri zgloba, što daje jednu tlačnu liniju koja uključuje i vanjska opterećenja.

7. LITERATURA:

1. Santiago Huerta: *Mechanics of Masonry vaults: The equilibrium aproach*, Historical Constructions, P. B. Lourenco, P. Roca (eds.), Guimaraes, 2001, pp. 47–69
2. Santiago Huerta: *The Analysis of Masonry Arhitecture: A Historical Aproach*, Arhitectural Science Review, Volume 51.4., pp. 297–328
3. Santiago Huerta: *The use of simple models in the teaching of the essentials of masonry arch behaviour*, Fondazione Flaminia, Ravenna, 2005
4. Santiago Huerta: *Structural Design in the Work of Gaudi*, Department of Structural Design, Madrid, Spain, 2006, pp. 324–339
5. Damir Lazarević i Josip Dvornik: *Plošni nosači. Bilješke s predavanja*, Građevinski fakultet, Zagreb, 2014., str. 9–15
6. Hrvoje Smoljanović, Nikolina Živaljić, Željana Nikolić: *Pregled metoda za modeliranje povijesnih zidanih konstrukcija*, Građevinar 65 (2013) 7, 603–618
7. Zorislav Sorić: *Mehanička svojstva nearmiranog ziđa*, Građevinar 52 (2000) 2, 67–78
8. Zlatko Šavor: *Analiza razvitaka lučkih mostova* (poglavlje disertacije *Novi doprinosi razvitku lučnih mostova*), Građevinski fakultet, Zagreb, 2005.