

Višekoračna metoda gustoća sila

Primjer 2.

Nađite položaj čvora F koji zadovoljava uvjete:

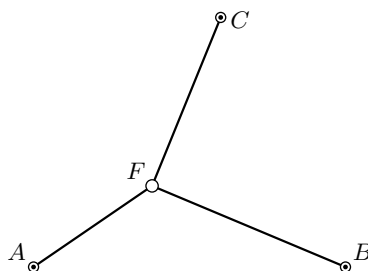
- ♣ duljina kabla $3 = \{C, F\}$ je 2 m,
- ♣ vrijednosti sila u kabelima $1 = \{A, F\}$ i $2 = \{B, F\}$ su jednake.

Koordinate su ležajnih čvorova

$$A(x_A, y_A) = A(0, 0)$$

$$B(x_B, y_B) = B(5, 0)$$

$$C(x_C, y_C) = C(3, 4)$$



$$F(x_F, y_F) = F(x, y) \simeq F(x^{(n)}, y^{(n)})$$

iz jednadžbi ravnoteže čvora F slijedi

(Primjer 1. (<http://master.grad.hr/nastava/gs/gs2/isp/vmgs-1.pdf>)):

$$x = \frac{5q_2 + 3q_3}{q_1 + q_2 + q_3} \quad \& \quad y = \frac{4q_3}{q_1 + q_2 + q_3}$$

za početne vrijednosti gustoća sila u kabelima $q_1^{(1)} = q_2^{(1)} = q_3^{(1)} = 1$ kN/m su (ponovno Primjer 1.)

$F(x^{(1)}, y^{(1)})$:

$$x^{(1)} = 2,6 \quad \& \quad y^{(1)} = 1,3$$

duljine kabela:

$$\ell_1^{(1)} = 2,98142 \text{ m}, \quad \ell_2^{(1)} = 2,68742 \text{ m} \quad \& \quad \ell_3^{(1)} = 2,68742 \text{ m}$$

vrijednosti sila u kabelima:

$$S_1^{(1)} = 2,98142 \text{ kN}, \quad S_2^{(1)} = 2,68742 \text{ kN} \quad \& \quad S_3^{(1)} = 2,68742 \text{ kN}$$

gustoće sila za iteraciju prema traženim vrijednostima sila i za iteraciju prema traženim duljinama:

$$q_j^{(k)} = q_j^{(k-1)} \frac{\bar{S}}{S_j^{(k-1)}} \quad \& \quad q_j^{(k)} = q_j^{(k-1)} \frac{\ell_j^{(k-1)}}{\bar{\ell}}$$

odabrana vrijednost sila u kabelima 1 i 2:

$$\bar{S} = \bar{S}_1 = \bar{S}_2 = 2,75 \text{ kN}$$

gustoće sila za drugi korak:

$$q_1^{(2)} = q_1^{(1)} \frac{\bar{S}}{S_1^{(1)}} = 1 \cdot \frac{2,75}{2,98142} = 0,922379 \text{ kN/m}$$

$$q_2^{(2)} = q_2^{(1)} \frac{\bar{S}}{S_2^{(1)}} = 1 \cdot \frac{2,75}{2,68742} = 1,02329 \text{ kN/m}$$

$$q_3^{(2)} = q_3^{(1)} \frac{\ell_3^{(1)}}{\bar{\ell}} = 1 \cdot \frac{2,68742}{2} = 1,34371 \text{ kN/m}$$

$F(x^{(2)}, y^{(2)})$:

$$x^{(2)} = \frac{5 \cdot 1,02329 + 3 \cdot 1,34371}{0,922379 + 1,02329 + 1,34371} = 2,78094$$

$$y^{(2)} = \frac{4 \cdot 1,34371}{0,922379 + 1,02329 + 1,34371} = 1,63400$$

duljine kabelā:

$$\ell_1^{(2)} = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{2,78094^2 + 1,63400^2} = 3,22546 \text{ m}$$

$$\ell_2^{(2)} = \sqrt{(5-x)^2 + y^2} \sqrt{(5-2,78094)^2 + 1,63400^2} = 2,75575 \text{ m}$$

$$\ell_3^{(2)} = \sqrt{(3-x)^2 + (4-y)^2} = \sqrt{(3-2,78094)^2 + (4-1,63400)^2} = 2,37612 \text{ m}$$

vrijednosti sila u kabelima:

$$S_1^{(2)} = q_1^{(2)} \ell_1^{(2)} = 0,922379 \cdot 3,22546 = 2,97510 \text{ kN}$$

$$S_2^{(2)} = q_2^{(2)} \ell_2^{(2)} = 1,02329 \cdot 2,75575 = 2,81993 \text{ kN}$$

$$S_3^{(2)} = q_3^{(2)} \ell_3^{(2)} = 1,34371 \cdot 2,37612 = 3,19281 \text{ kN}$$

nastavak je iteracijskoga postupka (bez ponekih preskočenih koraka) prikazan u tablici na sljedećoj stranici

uvjet prekida iteracije:

$$|\bar{S} - S_1^{(k)}| < 5 \cdot 10^{-m_1} \quad \& \quad |\bar{S} - S_2^{(k)}| < 5 \cdot 10^{-m_1} \quad \& \quad |\bar{\ell} - \ell_3^{(k)}| < 5 \cdot 10^{-m_2}$$

za $m_1 = m_2 = 3$ potrebno je osam, za $m_1 = m_2 = 4$ deset, a za $m_1 = m_2 = 5$ četrnaest koraka iteracije

zaokruživanje na m_1 i m_2 značajnih znamenaka:

$$S_1^{(8)} = 2,74811 \simeq 2,75, \quad S_2^{(8)} = 2,74779 \simeq 2,75, \quad \ell_3^{(8)} = 1,99764 \simeq 2,00$$

$$S_1^{(10)} = 2,74974 \simeq 2,750, \quad S_2^{(10)} = 2,74961 \simeq 2,750, \quad \ell_3^{(10)} = 2,00016 \simeq 2,000$$

$$S_1^{(14)} = 2,75002 \simeq 2,7500, \quad S_2^{(14)} = 2,75002 \simeq 2,7500, \quad \ell_3^{(14)} = 1,99999 \simeq 2,0000$$

k	3	4	6	8	10	14
$q_1^{(k)}$	0,852 591	0,811 620	0,786 964	0,786 664	0,787 466	0,787 512
$q_2^{(k)}$	0,997 914	0,965 614	0,937 122	0,936 278	0,937 440	0,937 559
$q_3^{(k)}$	1,596 41	1,719 02	1,749 42	1,735 64	1,733 22	1,733 68
$x^{(k)}$	2,836 97	2,855 95	2,859 90	2,859 06	2,859 02	2,859 08
$y^{(k)}$	1,852 57	1,966 70	2,014 59	2,007 34	2,004 81	2,004 98
$\ell_1^{(k)}$	3,388 28	3,467 62	3,498 23	3,493 37	3,491 88	3,492 03
$\ell_2^{(k)}$	2,847 93	2,909 44	2,939 15	2,934 80	2,933 10	2,933 17
$\ell_3^{(k)}$	2,153 61	2,038 40	1,990 35	1,997 64	2,000 16	1,999 99
$S_1^{(k)}$	2,888 82	2,814 39	2,752 98	2,748 11	2,749 74	2,750 02
$S_2^{(k)}$	2,841 99	2,809 40	2,754 34	2,747 79	2,749 61	2,750 02
$S_3^{(k)}$	3,438 04	3,504 05	3,481 96	3,467 18	3,466 72	3,467 34

na slici su prikazani položaji čvora F i oblici „mreže” kabelā u prvom (svjetlosivo), drugom (sivo), četvrtom (tamnosivo) i četrnaestom (crno) koraku iteracije; na crtežu se zbog debljina linija položaji od osmoga koraka nadalje ne mogu razlikovati

