Statički određeni prostorni rešetkasti nosači

Buckminster Fuller: Biosphere (Montreal, 1967.)

Za početak, slikovanica . . .

Buckminster Fuller: Biosphere (Montreal, 1967.)

Za razliku od ravninskih rešetkastih nosača, kod kojih svi štapovi i spojevi s podlogom leže u jednoj ravnini, tako da mogu prenositi samo sile koje djeluju u toj ravnini, prostorni rešetkasti nosači mogu preuzeti opterećenje bilo kakvim silama.

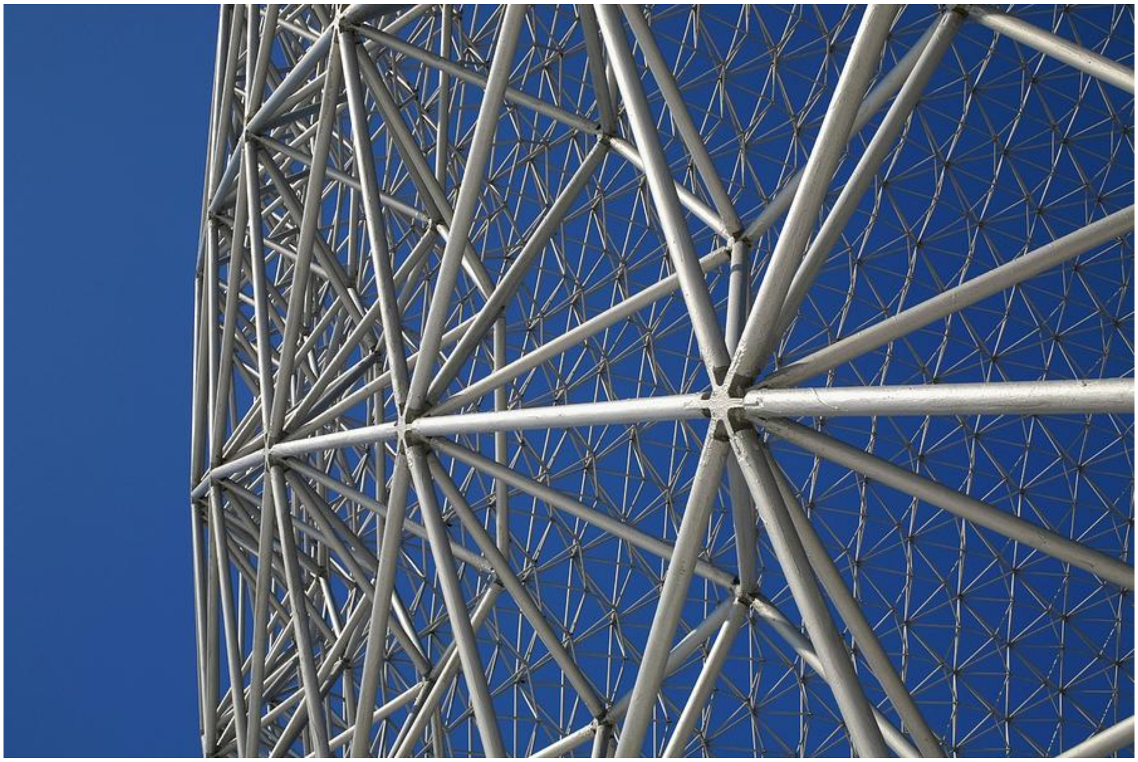
Buckminster Fuller: Biosphere (Montreal, 1967.)

Buckminster Fuller: Biosphere (Montreal, 1967.)

Buckminster Fuller: Biosphere (Montreal, 1967.)

Buckminster Fuller: Biosphere (Montreal, 1967.)

Buckminster Fuller: Biosphere (Montreal, 1967.)



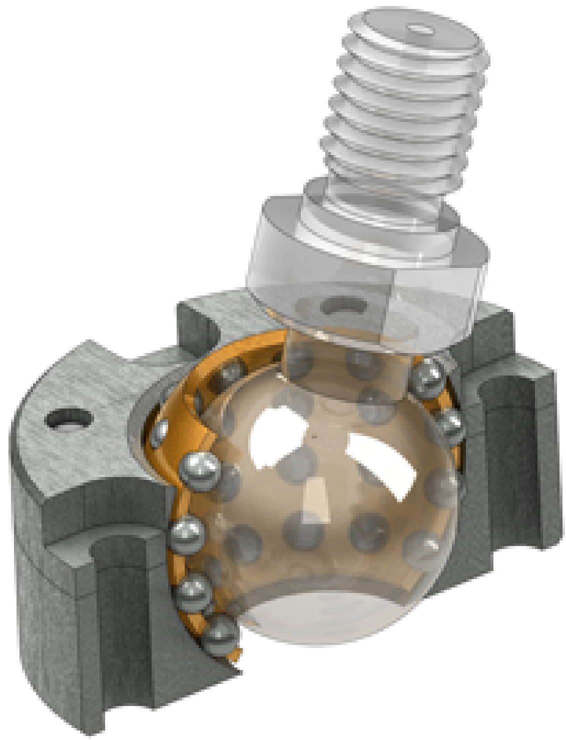
Buckminster Fuller: Biosphere (Montreal, 1967.)

Štapovi su u čvorovima sa „čvornim elementima” spojeni linijskim zglobovima.

linijski zglob:

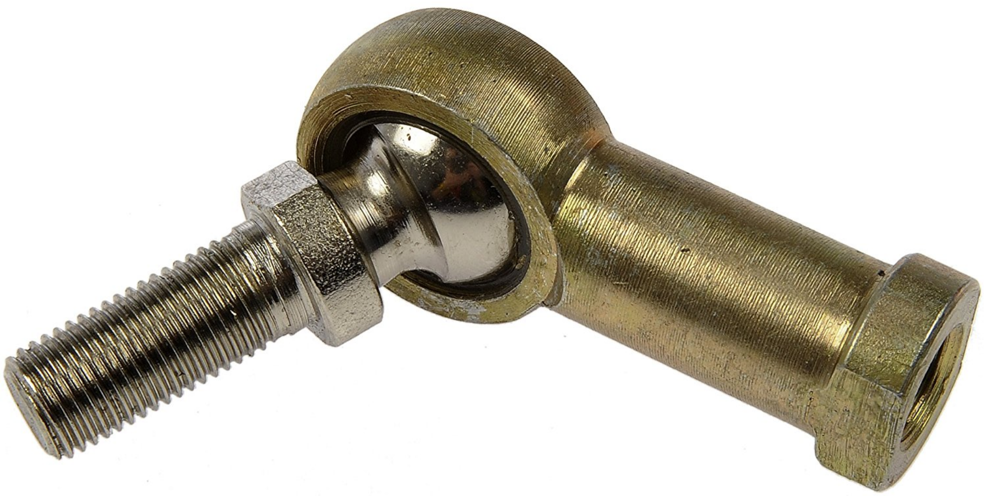
Linijski zglob omogućava zaokret samo oko jedne osi.

kuglasti zglob:



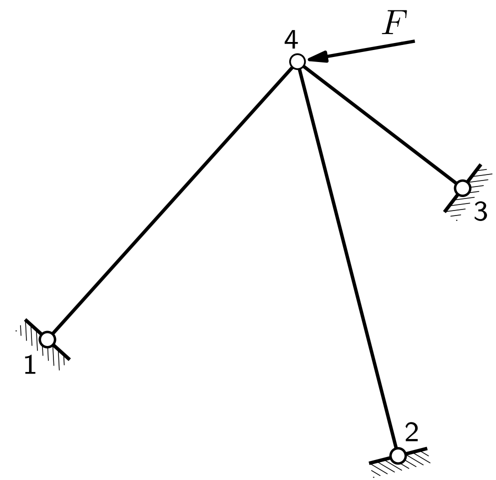
Da pojednostavnimo priču ne smanjujući previše vjernost i točnost prikaza, spojeve ćemo idealizirati i uzeti da su štapovi u čvorovima međusobno ili s podlogom neposredno spojeni kuglastim zglobovima.

kuglasti zglob:



Kuglasti zglob dopušta zaokret u teoriji oko bilo koje osi, iako stvarna izvedba zgloba mora tu slobodu manje ili više ograničiti.

ravnoteža kuglastozglobnoga čvora:



Teorijsku ćemo priču započeti veselom igrom zaborava i prisjećanja o naučenom (naučenom?) u *Mehanici 1.*:

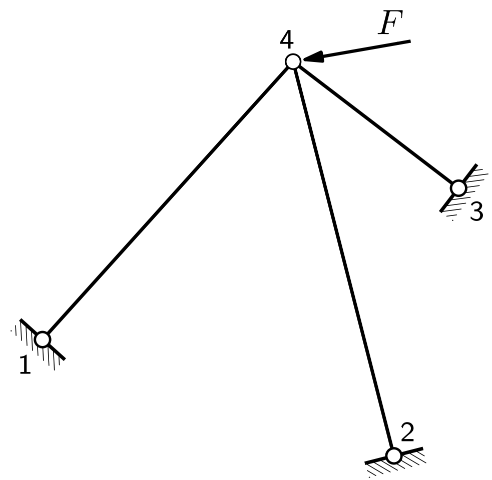
U prostoru materijalna točka ima tri (translacijska) stupnja slobode (rotacijskih stupnjeva slobode nema).

Da bi materijalna točka bila nepomična, moramo je za podlogu ili za geometrijski nepromjenjivi (pod)sistem spojiti s pomoću najmanje tri kuglastozglobna štapa osi kojih nisu u jednoj ravnini. Strogo govoreći, materijalnu točku koja je s podlogom ili s nekim (pod)sistemom spojena kuglastozglobnim štapovima nazivamo *kuglastozglobnim čvorom*, ali, kako su kuglasti zglobovi jedini zglobovi koji će se u priču pojavljivati, zvat ćemo je često i *zglobnim čvorom*.

Opterećenja su koncentrirane sila koje djeluje u zglobnim čvorovima. U zglobnim štapovima postoje stoga samo uzdužne sile koje su određene svojim vrijednostima. Broj je nepoznanica (nepoznatih vrijednosti sila), prema tome, jednak broju štapova.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

ravnoteža kuglastozglobnoga čvora — analitički:



$$\sum_{i=1}^{3} S_{i,x} + F_x = 0, \qquad \sum_{i=1}^{3} S_{i,y} + F_y = 0, \qquad \sum_{i=1}^{3} S_{i,z} + F_z = 0$$

(nastavak s prethodne stranice)

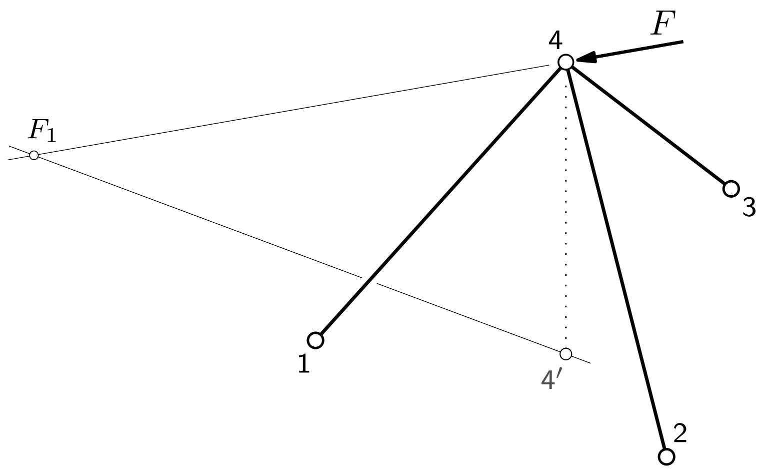
Iz poznatoga nam dualiteta između kinematičkih i statičkih svojstava, prema kojem je broj stupnjeva slobode jednak broju uvjeta ravnoteže, slijedi da za materijalnu točku / zglobni čvor u prostoru možemo napisati tri jednadžbe ravnoteže. Iako to u teoriji mogu biti jednadžbe ravnoteže projekcija sila na bilo koje tri osi koje nisu usporedne s jednom ravninom, gotovo uvijek uzimamo koordinatne osi.

Ako je koncentriranom silom opterećeni zglobni čvor s podlogom ili s nekim (pod)sistem spojen trima zglobnim štapovima, broj je nepoznatih vrijednosti sila u štapovima jednak broju jednadžbi ravnoteže. Ako uz to osi štapova nisu u jednoj ravnini, sustav je triju jednadžbi regularan, pa postoji rješenje, i to samo jedno rješenje.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

ravnoteža kuglastozglobnoga čvora

— nacrtnogeometrijski (aksonometrijski):



(nastavak s prethodne stranice)

Opisat ćemo i nacrtnogeometrijski postupak rješavanja. (Možda ste to već vidjeli na *Mehanici 1.*, ali … sjećate li se još?)

Točke 1, 2 i 3 su u tlocrtnoj ravnini, dok je točka 4 iznad nje.

Statički „temelj" rješenja:

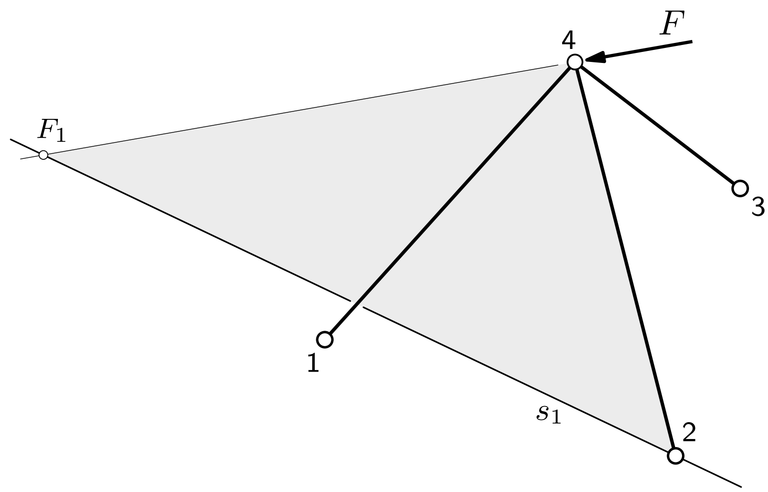
Na čvor 4 djeluju zadana sila $\vec{F}$ i sile $\vec{S}_1$, $\vec{S}_2$ i $\vec{S}_3$ u štapovima $(1,4)$, $(2,4)$ i $(3,4)$. Riječ je, dakle, o zadatku uravnoteženja točke na koju djeluju sila poznatoga pravca djelovanja, intenziteta i orijentacije i tri sile nepoznatih intenziteta i orijentacija, ali na poznatim pravcima djelovanja.

Te ćemo četiri sile uravnotežiti primjenom uvjeta ravnoteže dviju sila: rezultanta sila $\vec{F}$ i $\vec{S}_2$ mora djelovati na pravcu djelovanja rezultante sila $\vec{S}_1$ i $\vec{S}_3$. a uz to te dvije rezultante moraju imati jednake intenzitete i suprotne orijentacije.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

ravnoteža kuglastozglobnoga čvora

— nacrtnogeometrijski (aksonometrijski):



(nastavak s prethodne stranice)

Nacrtnogeometrijsko rješenje, u aksonometrijskom prikazu:

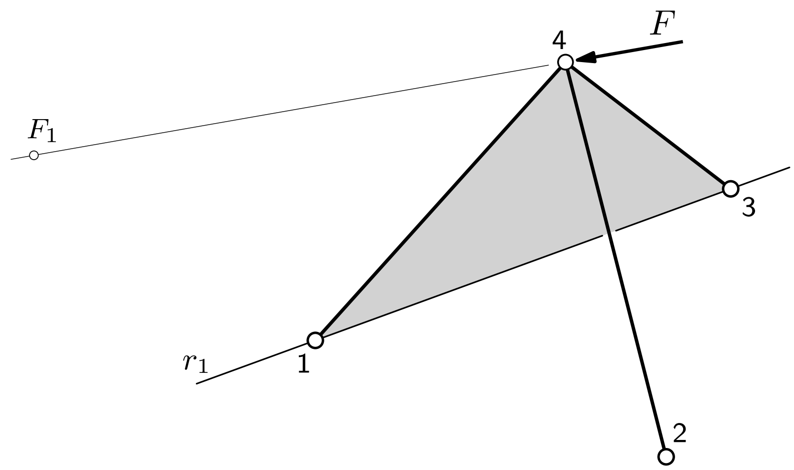
Postupak je s projektivnogeometrijskoga gledišta dualan Culmannovu postupku u ravnini.

Rezultanta dviju sila leži u ravnini određenoj pravcima njihova djelovanja. (Culmann u ravnini: rezultanta dviju sila prolazi sjecištem pravaca njihova djelovanja.) Pravci djelovanja sila $\vec{\mathrm{F}}$ i $\vec{S}_2$ određuju ravninu σ kojoj je prvi trag $s_1, \ldots$

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

ravnoteža kuglastozglobnoga čvora

— nacrtnogeometrijski (aksonometrijski):

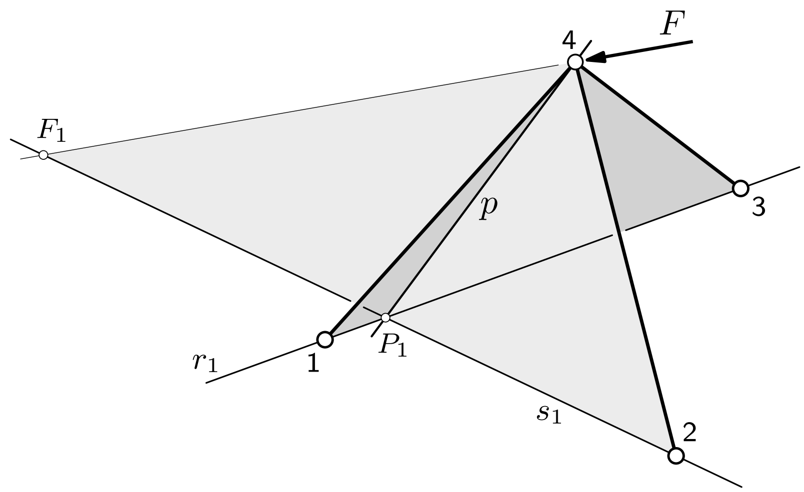


(nastavak s prethodne stranice)

... a pravci djelovanja sila $\vec{S}_1$ i $\vec{S}_3$ ravninu ρ prvi trag koje je r_1.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

ravnoteža kuglastozglobnoga čvora
— nacrtnogeometrijski (aksonometrijski):



(nastavak s prethodne stranice)

Kako obje rezultante moraju djelovati na istome pravcu, taj pravac mora biti u obje ravnine; riječ je, dakle, o presječnici $\mathfrak{p}$ ravnina σ i ρ. (Culmann u ravnini: pravac je spojnica sjecištā parova pravaca djelovanjā sila.)

Pravci djelovanja svih sila prolaze točkom 4, pa je ta točka na presječnici $\mathfrak{p}$. Za određivanje pravca $\mathfrak{p}$ treba naći još jednu njezinu točku; najlakše je naći njezino prvo probodište P_1, jer je to sjecište tragova s_1 i r_1.

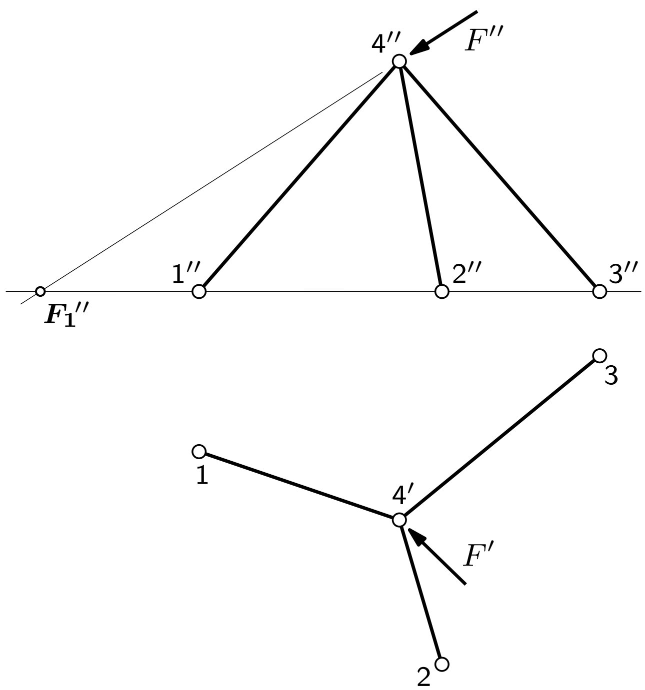
Nakon što je pravac djelovanja rezultanata nađen, treba naći rezultantu sila $\vec{F}$ i $\vec{S}_2$, a potom tu rezultantu uravnotežiti silama $\vec{S}_1$ i $\vec{S}_2$.

Cijeli postupak, s posljednjim korakom, prikazat ćemo u Mongeovoj ortogonalnoj projekciji.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

ravnoteža kuglastozglobnoga čvora

— nacrtnogeometrijski (mongeovski):



(nastavak s prethodne stranice)

Nacrtnogeometrijsko rješenje u Mongeovoj ortogonalnoj projekciji:

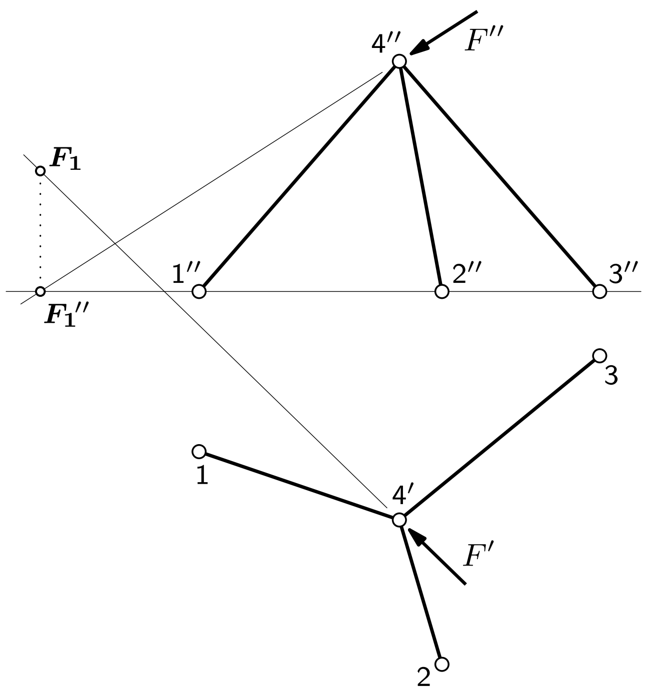
Kako su točke 1, 2 i 3 u tlocrtnoj ravnini, one su prva probodišta pravaca na kojima su osi štapova $(1, 4)$, $(2, 4)$ i $(3, 4)$ i na kojima djeluju sile $\vec{S}_1$, $\vec{S}_2$ i $\vec{S}_3$.

Prvi trag ravnine određene pravcima djelovanja sila $\vec{F}$ i $\vec{S}_2$ prolazi prvim probodištima tih pravaca. Treba stoga naći prvo probodište F_1 pravca djelovanja sile $\vec{F}$. (*Deskriptivna* je *geometrija* još dalje u prošlosti od *Mehanike 1.*, pa, ako ste zaboravili, nacrt F_1'' probodišta F_1 točka je u kojoj pravac siječe os ${}_1x_1, \ldots$)

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

ravnoteža kuglastozglobnoga čvora

— nacrtnogeometrijski (mongeovski):

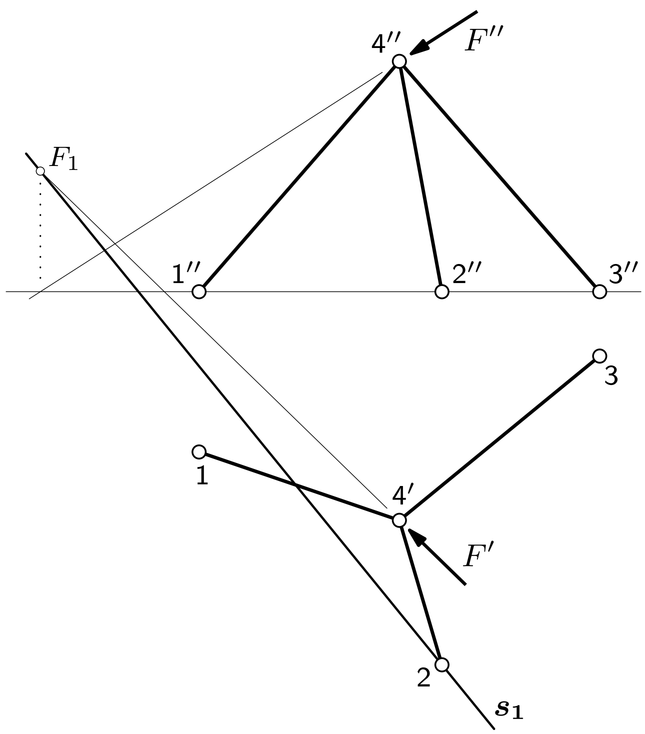


(nastavak s prethodne stranice)

Prvi trag ravnine određene pravcima djelovanja sila $\overrightarrow{F}$ i $\overrightarrow{S_2}$ prolazi prvim probodištima tih pravaca. Treba stoga naći prvo probodište F_1 pravca djelovanja sile $\overrightarrow{F}$. (*Deskriptivna* je *geometrija* još dalje u prošlosti od *Mehanike 1.*, pa, ako ste zaboravili, nacrt F_1'' točka je u kojoj pravac siječe os ${}_1x_1$, a samo je probodište F_1 na tlocrtu pravca.)

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

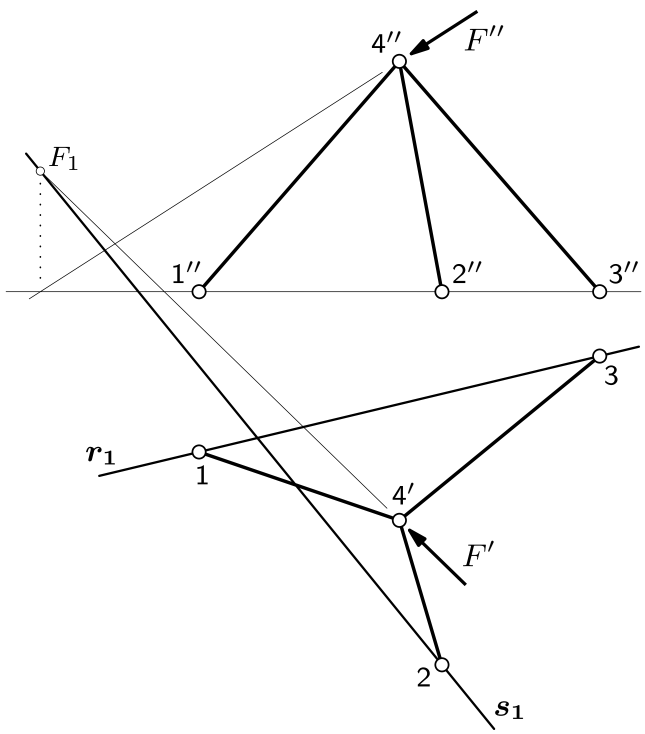
ravnoteža kuglastozglobnoga čvora
— nacrtnogeometrijski (mongeovski):



(nastavak s prethodne stranice)

Prvi trag s_1 ravnine σ određene pravcima djelovanja sila $\vec{F}$ i $\vec{S}_2$ prolazi prvim probodištima F_1 i 2 tih pravaca.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)



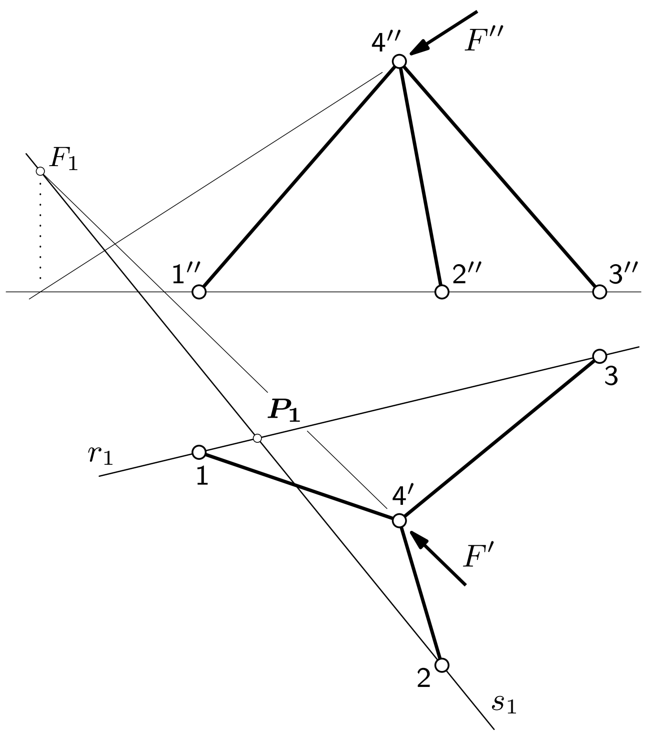
(nastavak s prethodne stranice)

Prvi pak trag r_1 ravnine ρ određene pravcima djelovanja sila $\vec{S}_1$ i $\vec{S}_3$ prolazi prvim probodištima 1 i 3 tih pravaca.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

ravnoteža kuglastozglobnoga čvora

— nacrtnogeometrijski (mongeovski):



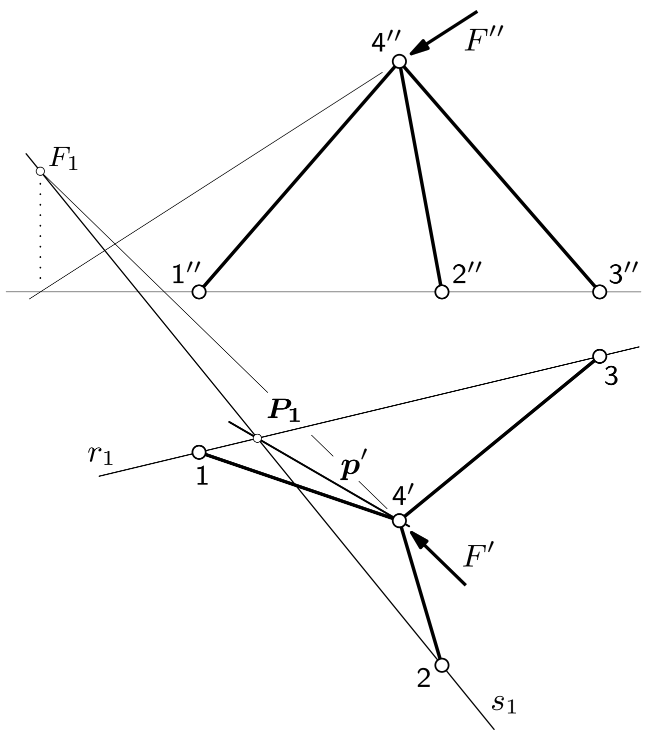
(nastavak s prethodne stranice)

Prvo probodište P_1 presječnice p ravnina σ i ρ sjecište je prvih tragova s_1 i r_1 tih ravnina.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

ravnoteža kuglastozglobnoga čvora

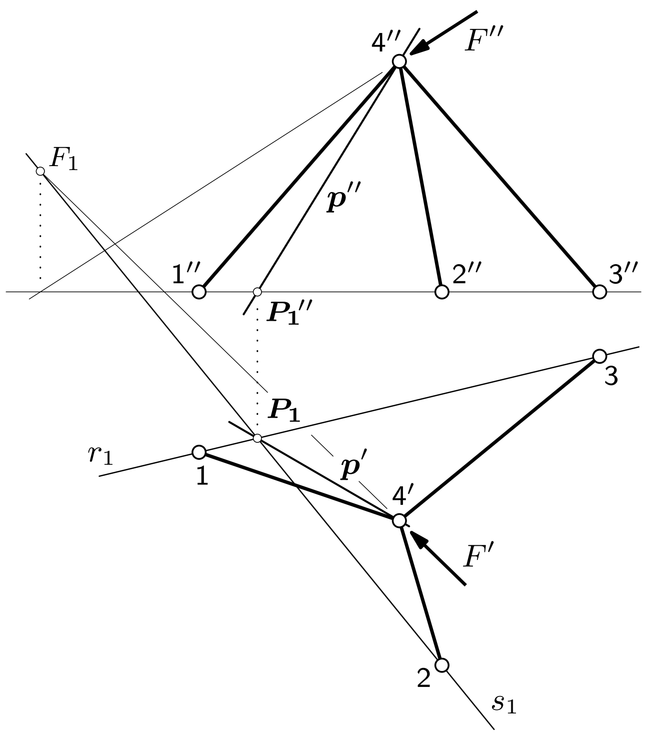
— nacrtnogeometrijski (mongeovski):



(nastavak s prethodne stranice)

Tlocrt p' presječnice spojnica je njezina prvoga probodišta P_1 i tlocrta $4'$ točke 4.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)



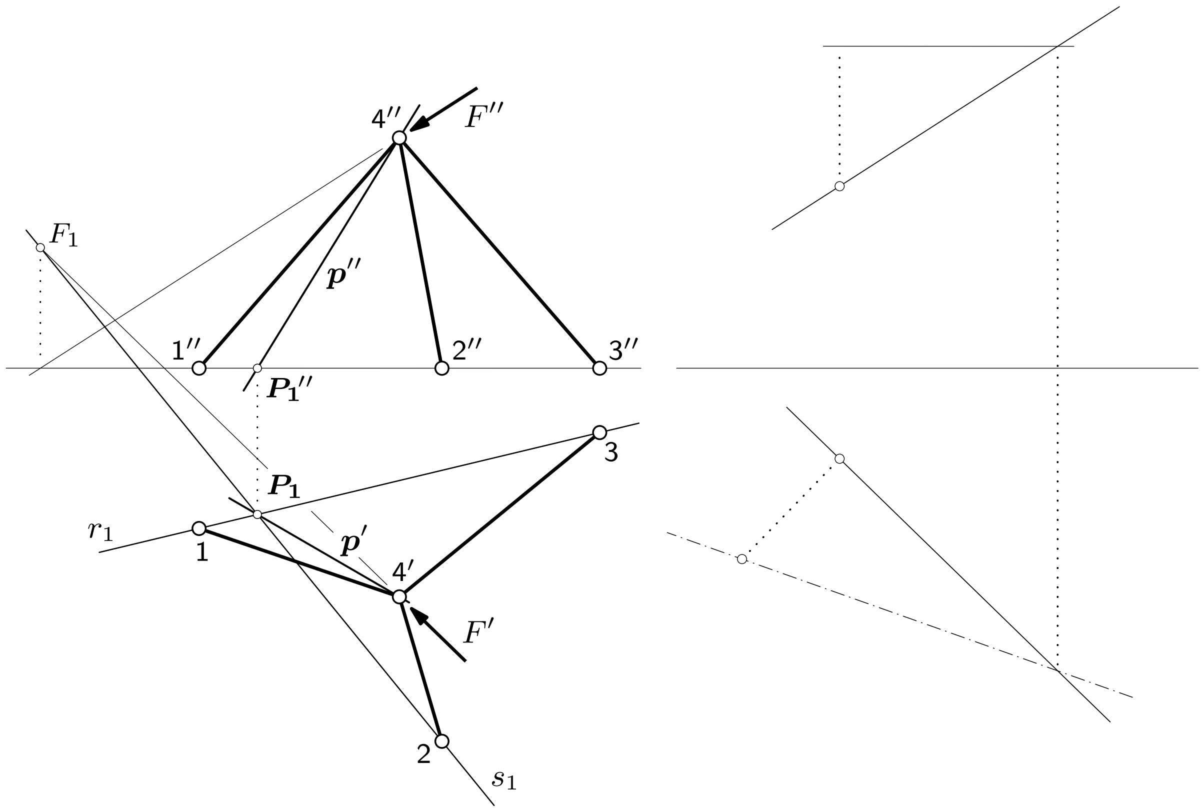
(nastavak s prethodne stranice)

Nacrt P_1'' prvoga probodišta na osi je ${}_1x_2$, a nacrt p'' pravca p spojnica je nacrta prvoga probodišta i nacrta $4''$ točke 4.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

ravnoteža kuglastozglobnoga čvora

— nacrtnogeometrijski (mongeovski):



(nastavak s prethodne stranice)

Nastavljamo u poligonu sila, u njegovu tlocrtu i nacrtu.

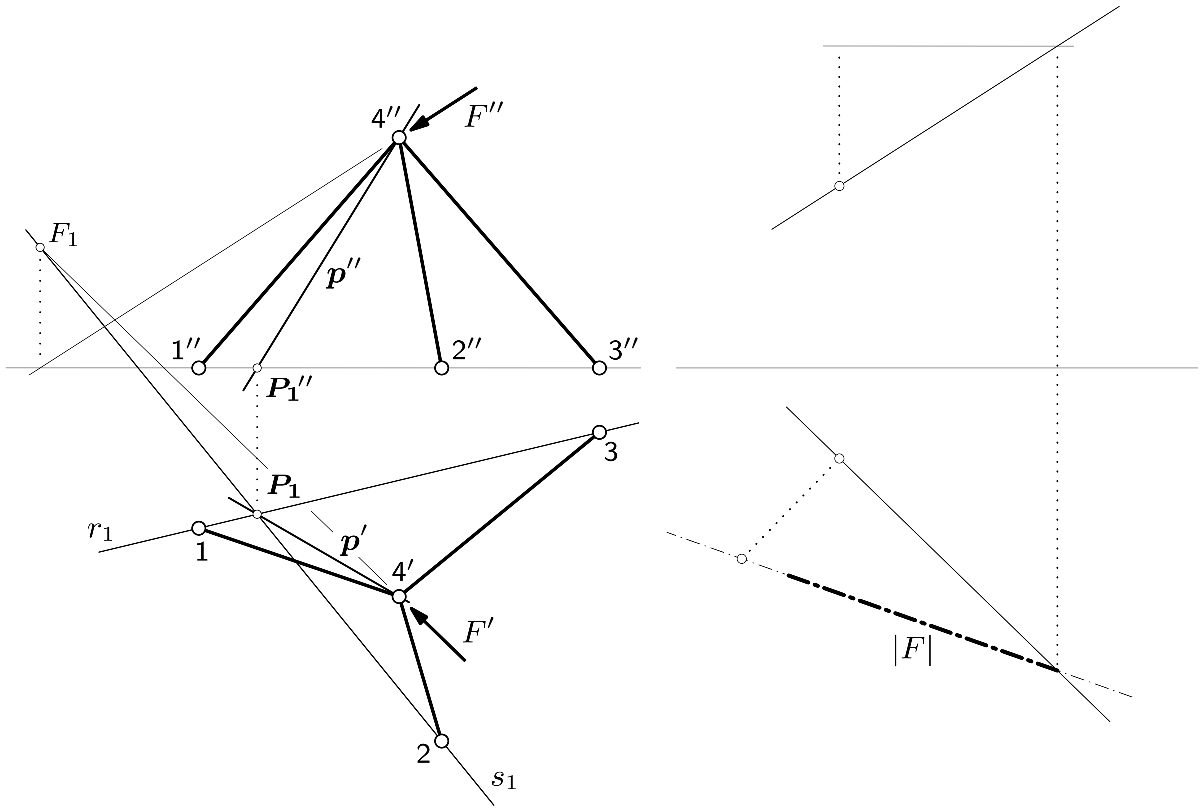
Tlocrt i nacrt sile $\vec{F}$ na pravcima su paralelnima s projekcijama pravca djelovanja te sile u planu položaja.

U općem se slučaju u projekcijama ne vide prave duljine dužina, pa ćemo pravac djelovanja prevaliti u ravninu usporednu s tlocrtnom ravninom (razliku visina dviju odabranih točaka pravca nanosimo okomito na tlocrt pravca.)

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

ravnoteža kuglastozglobnoga čvora

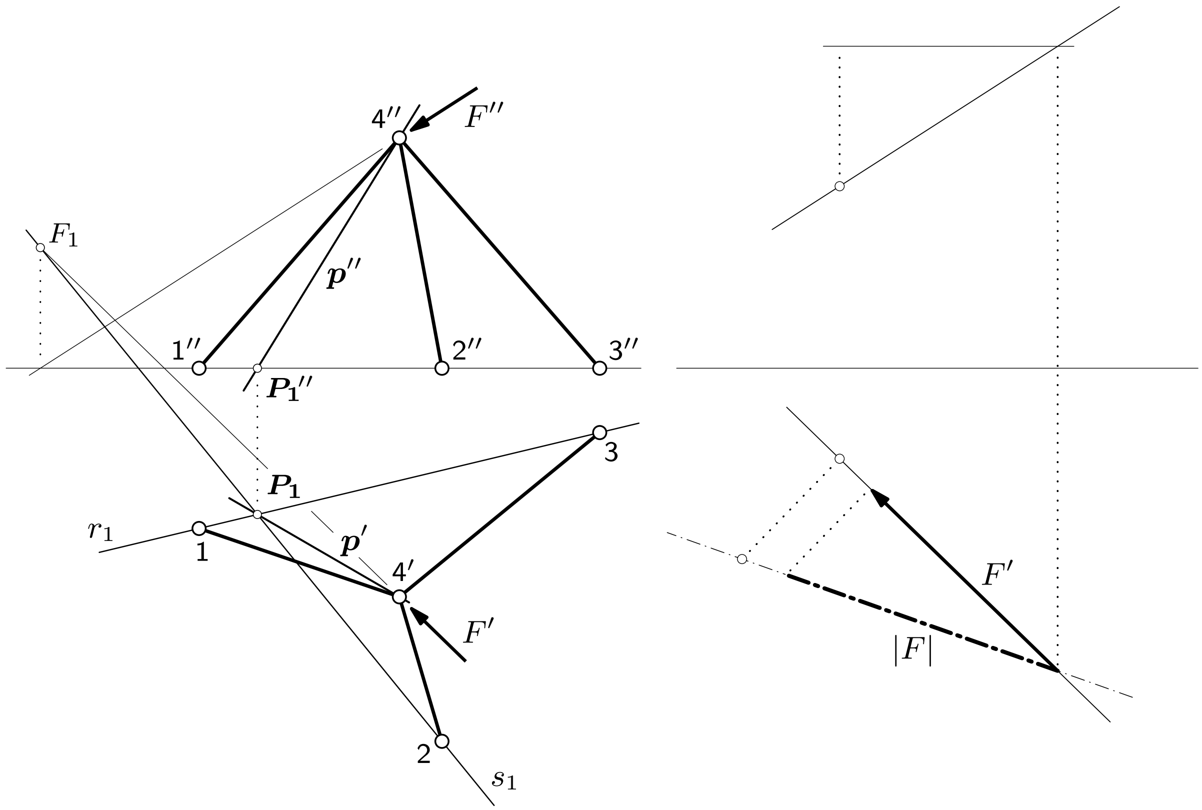
— nacrtnogeometrijski (mongeovski):



(nastavak s prethodne stranice)

Duljinu koja u mjerilu sila odgovara intenzitetu sile $\vec{F}$ nanosimo na prevaljeni pravac...

(nastavlja se na sljedećoj stranici)



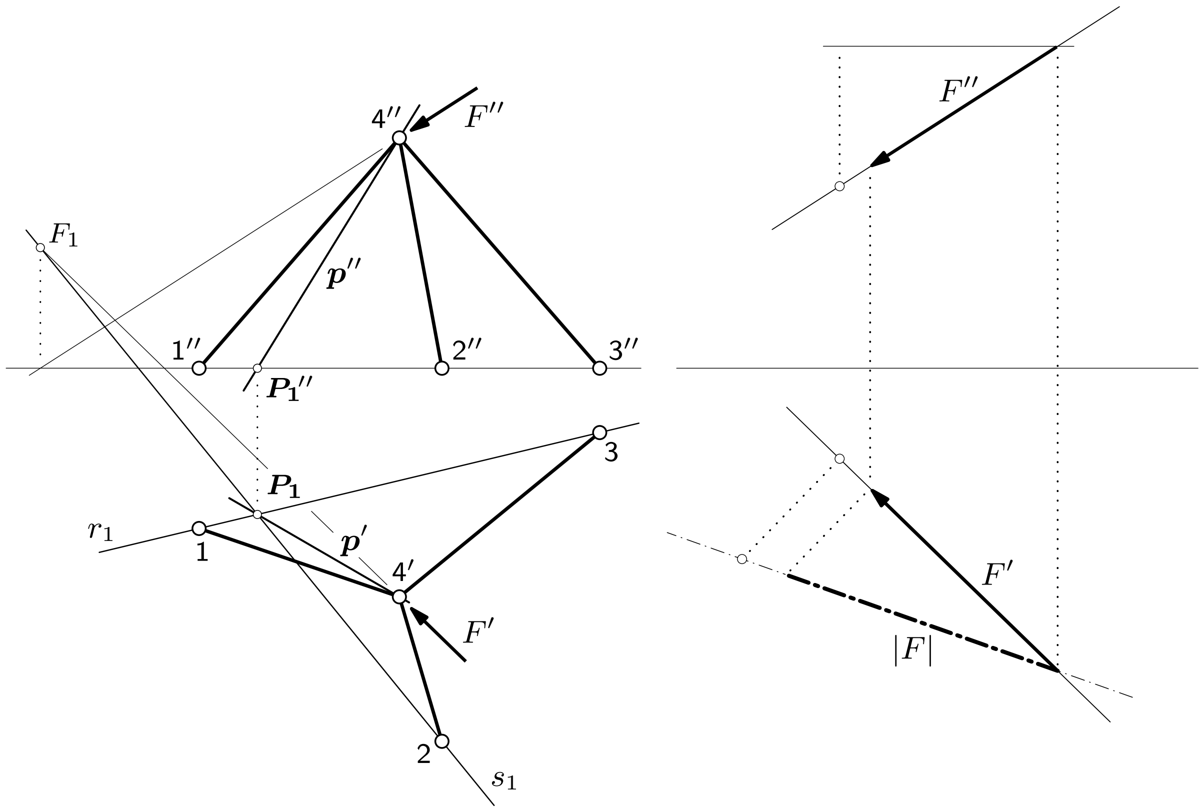
(nastavak s prethodne stranice)

... pa dobivenu točku prenosimo na tlocrt ...

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

ravnoteža kuglastozglobnoga čvora

— nacrtnogeometrijski (mongeovski):



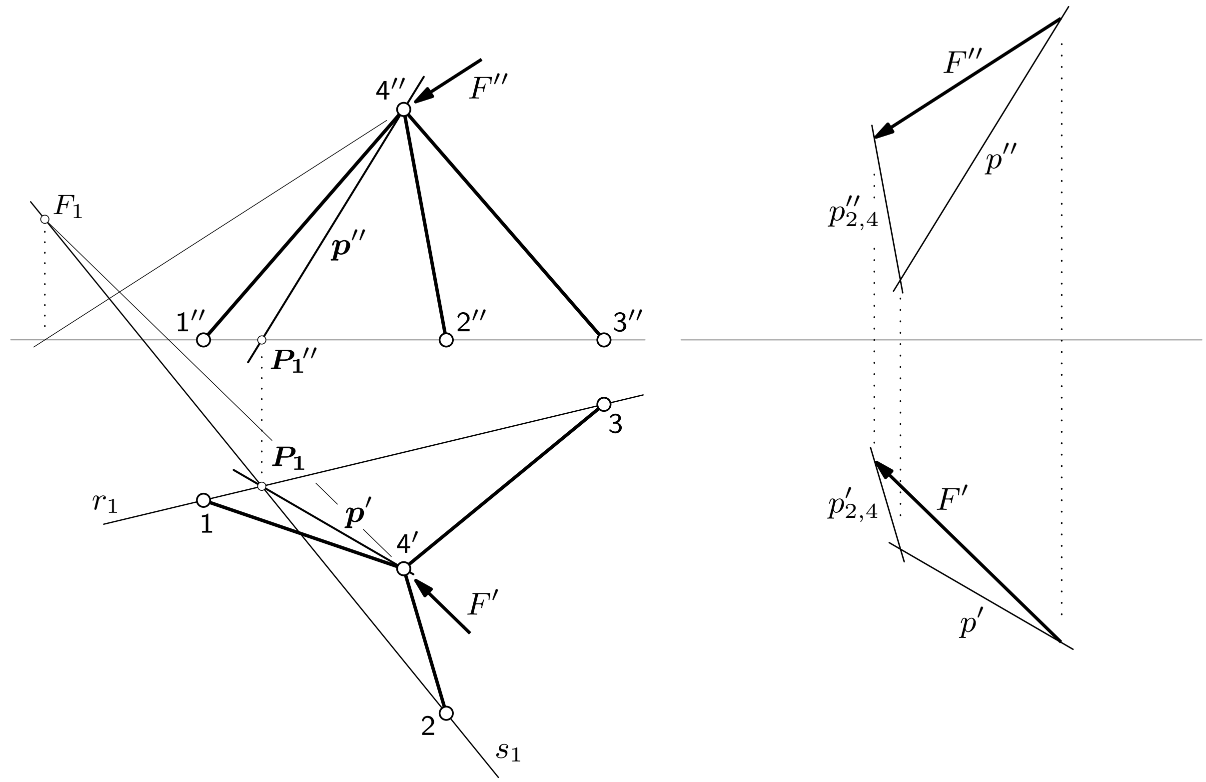
(nastavak s prethodne stranice)

... i na nacrt pravca.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

ravnoteža kuglastozglobnoga čvora

— nacrtnogeometrijski (mongeovski):

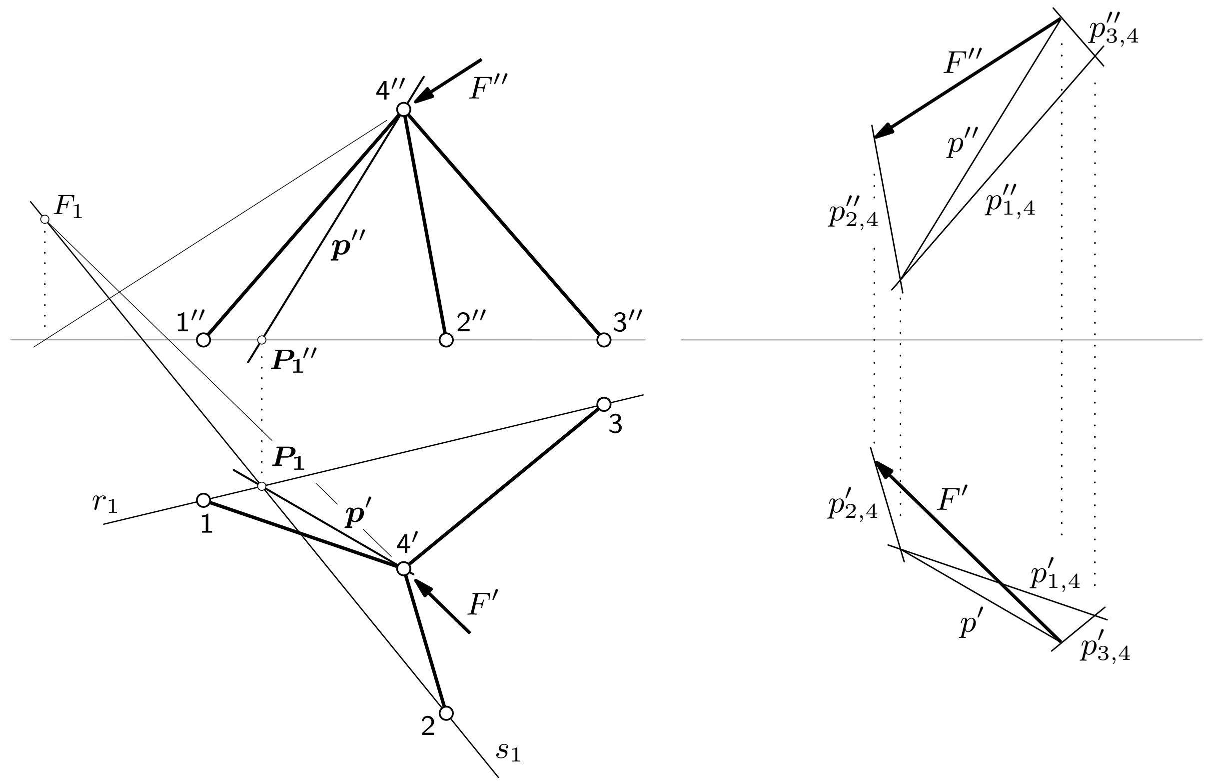


(nastavak s prethodne stranice)

Poznati su tlocrt $\overrightarrow{\mathrm{F}}'$ i nacrt $\overrightarrow{\mathrm{F}}''$ sile $\overrightarrow{\mathrm{F}}$, a poznati su i tlocrti i nacrti pravaca djelovanja sile $\overrightarrow{S_2}$ i rezultante sila $\overrightarrow{\mathrm{F}}$ i $\overrightarrow{S_2}$, tako da Povlačenjem paralela s tlocrtima i nacrtima pravaca djelovanja sile $\overrightarrow{S_2}$ i rezultante sila $\overrightarrow{\mathrm{F}}$ i $\overrightarrow{S_2}$, možemo nacrtati tlocrt i nacrt prvoga trokuta sila.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

ravnoteža kuglastozglobnoga čvora — nacrtnogeometrijski (mongeovski):

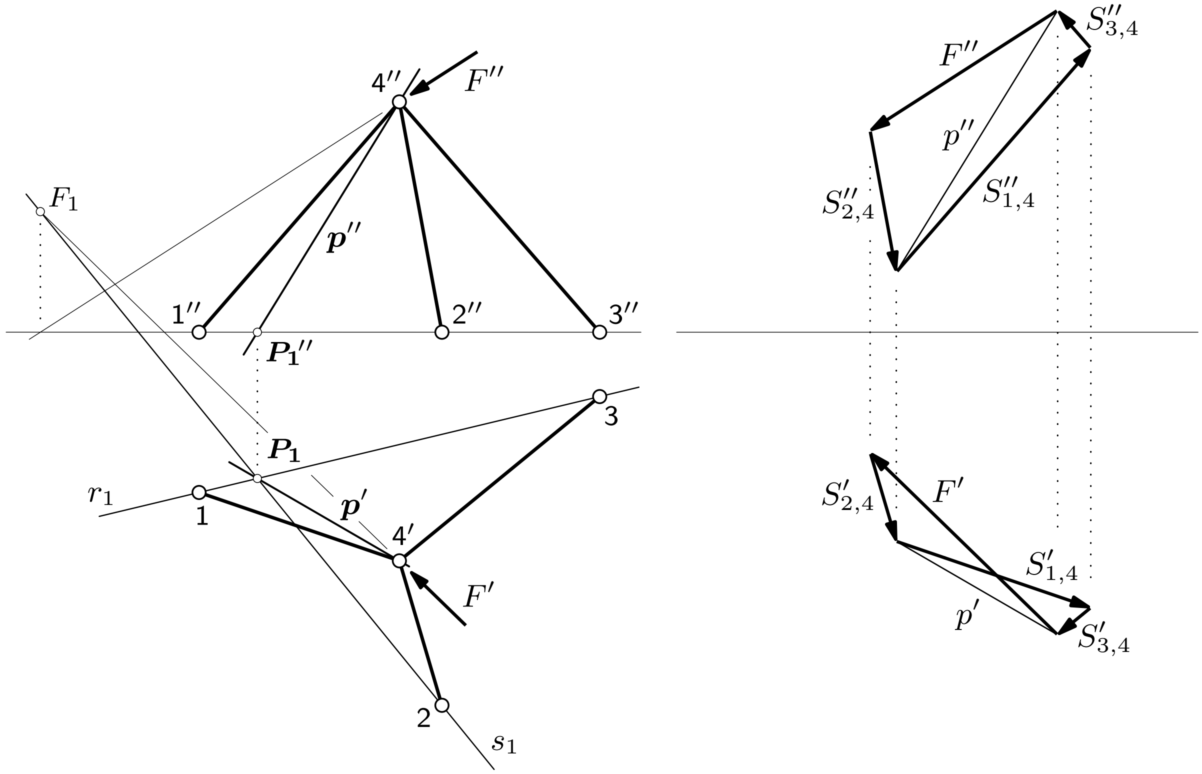


(nastavak s prethodne stranice)

Tlocrt i nacrt rezultante sila $\overrightarrow{\mathrm{F}}$ i $\overrightarrow{S_2}$ ujedno su (uz promjenu orijentacije) tlocrt i nacrt rezultante sila $\overrightarrow{S_1}$ i $\overrightarrow{S_3}$. Budući da su poznati i tlocrti i nacrti pravaca djelovanja sila tih dviju sila, možemo nacrtati tlocrt i nacrt drugoga trokuta sila.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

ravnoteža kuglastozglobnoga čvora
— nacrtnogeometrijski (mongeovski):



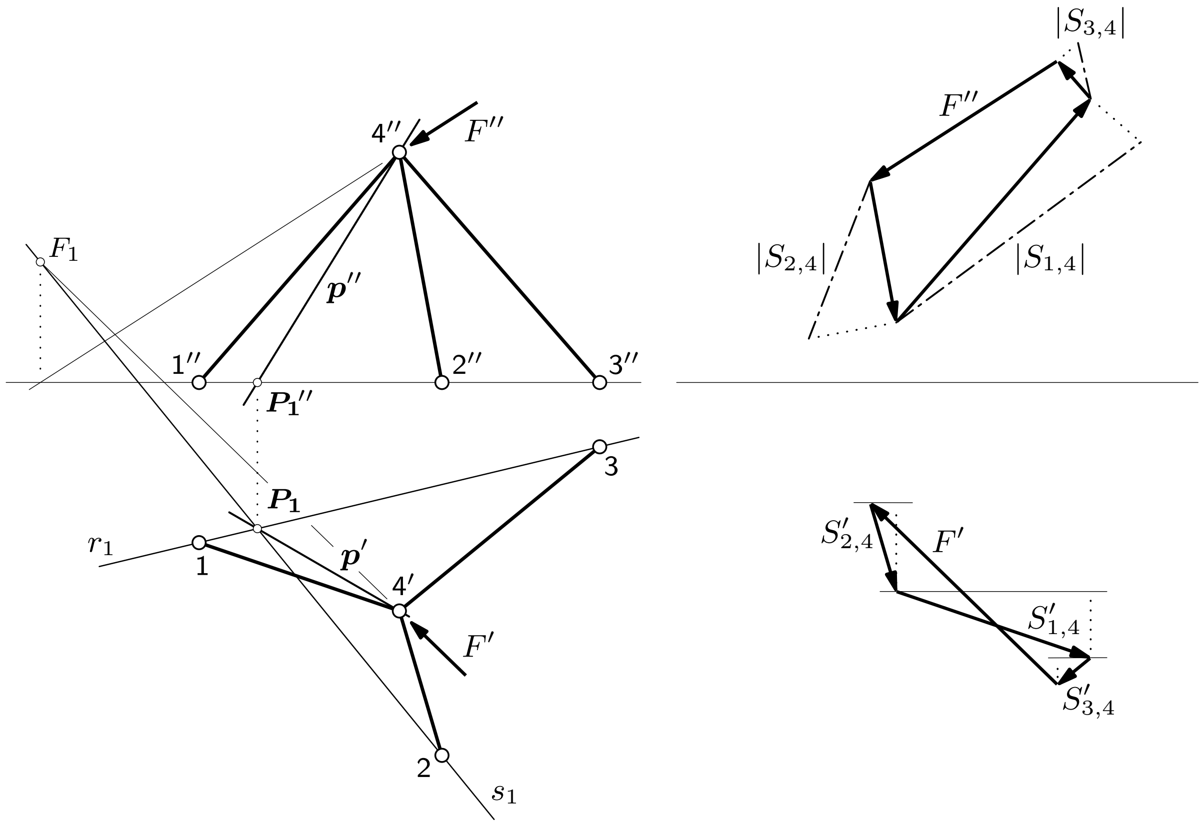
(nastavak s prethodne stranice)

Orijentacije projekcija sila $\overrightarrow{S}_1$, $\overrightarrow{S}_2$ i $\overrightarrow{S}_3$ određene su uvjetom da projekcije poligona sila $\overrightarrow{F}$, $\overrightarrow{S}_2$, $\overrightarrow{S}_1$ i $\overrightarrow{S}_3$ moraju biti zatvorene (u vektorskom smislu). Znate to, no ipak: trokut, kao geometrijski lik s neorijentiranim stranicama, jest zatvoren, ali stranice su trokuta sila orijentirane; „zatvoren u vektorskom smislu" znači da ćemo se, počevši u bilo kojem vrhu, slijedeći strelice i prošavši po svim stranicama, vratiti u vrh iz kojega smo krenuli (ili: početna je točka svake strelice u vršku prethodne, tako da se ni u jednom vrhu poligona ne sučeljavaju vršci dviju strelica i da ni u jednom vrhu nisu početne točke dviju strelica); orijentacijom jedne stranice određene su orijentacije svih ostalih.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

ravnoteža kuglastozglobnoga čvora

— nacrtnogeometrijski (mongeovski):

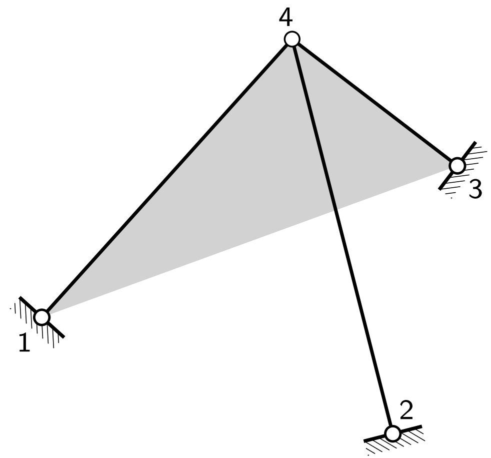


(nastavak s prethodne stranice)

Intenzitete sila $\overrightarrow{S}_1$, $\overrightarrow{S}_2$ i $\overrightarrow{S}_3$ možemo odrediti kao prave veličine/duljine dužina prevaljivanje u, za promjenu, ravnine usporedne s nacrtnom ravninom.

ravnoteža kuglastozglobnoga čvora

— jedan poseban slučaj:



Ako na čvor u kojem se sastaju tri zglobna štapa ne djeluje vanjska sila i ako osi tih štapovi nisu u jednoj ravnini, u tim štapovima nema sila.

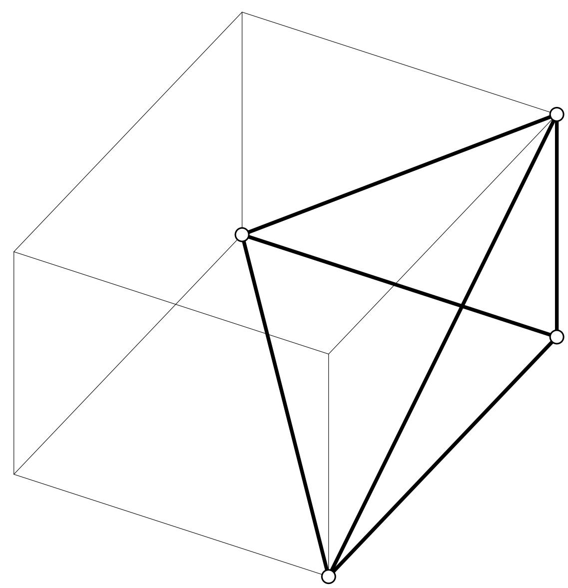
Rezultanta sila u dva štapa leži u ravnini koju određuju osi tih dvaju štapova. Budući da os trećega štapa nije u toj ravnini, sila u njemu ne može uravnotežiti rezultantu. Ravnoteža je moguća samo ako ne postoje ni rezultanta ni sila u trećem štapu. A kako se osi prvih dvaju štapova ne poklapaju, rezultanta sila u tim štapovima neće postojati samo ako ne postoje ni te sile.

Spomenut ćemo (bez crteža) još dva posebna slučaja. Dokažite ih!

(1) Ako je vanjska sila u ravnini koju određuju osi dvaju štapova, sila u trećem štapu ne postoji.

(2) Ako vanjska sila djeluje na osi jednoga štapa, u ostala dva nema sila.

sklapanje — prvi elementarni postupak:

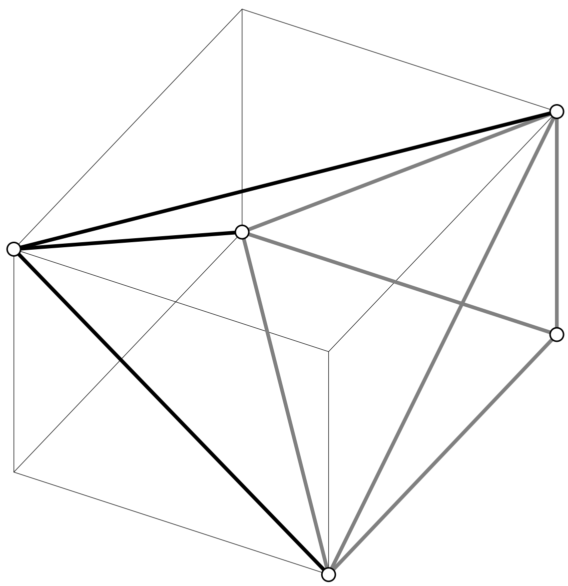


Baveći se ravninskim rešetkastim nosačima rekli smo da postoje dva elementarna postupka njihova sklapanja. Analogni se postupci primjenjuju i za sklapanje prostornih rešetaka, a uz njih postoji i treći postupak.

Prvi elementarni postupak sklapanja započinje s osnovnim iznutra geometrijski nepromjenjivim sklopom zglobnih štapova (ili: osnovnim geometrijski nepromjenjivim sistemom koji ne sadrži podlogu). U prostoru je to *tetraedar zglobnih štapova* (ili: *zglobni tetraedar*) — četiri nekomplanarna (kuglasto)zglobna čvora međusobno spojena s pomoću šest (kuglasto)zglobnih štapova. („Degenerirani" slučaj u kojem sva četiri čvora leže u jednoj ravnini geometrijski je promjenjiv.)

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sklapanje — prvi elementarni postupak:

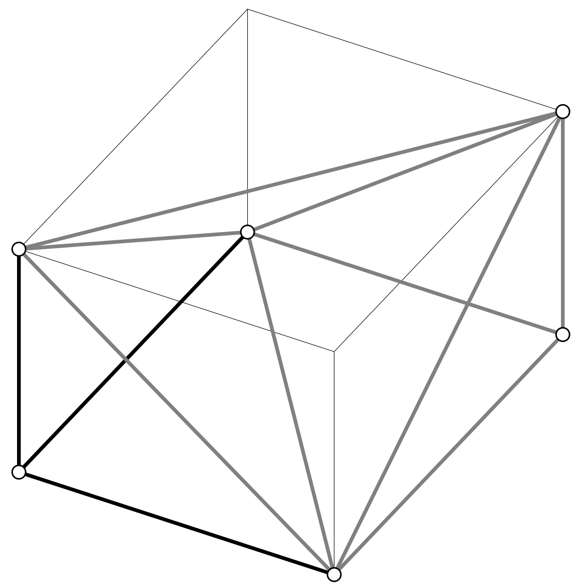


(nastavak s prethodne stranice)

Peti čvor dodajemo spajajući ga trima zglobnim štapovima s tri vrha tetraedra. Dobiveni je iznutra geometrijski nepromjenjivi sistem sastavljen od dva tetraedra sa zajedničkom stranom, trokutom zglobnih čvorova i zglobnih štapova.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sklapanje — prvi elementarni postupak:

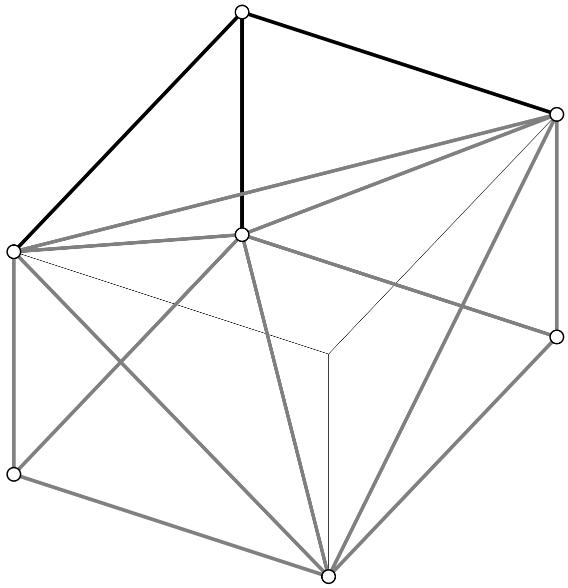


(nastavak s prethodne stranice)

Na isti način možemo dodati šesti čvor oblikujući treći tetraedar . . .

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sklapanje — prvi elementarni postupak:

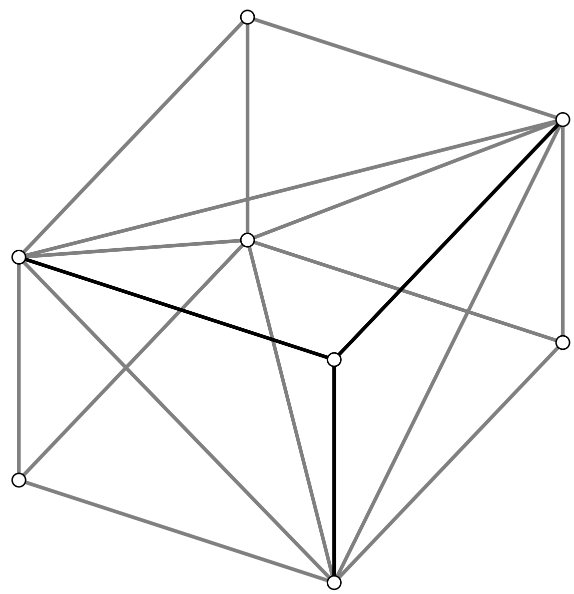


(nastavak s prethodne stranice)

... sedmi čvor i četvrti tetraedar ...

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sklapanje — prvi elementarni postupak:



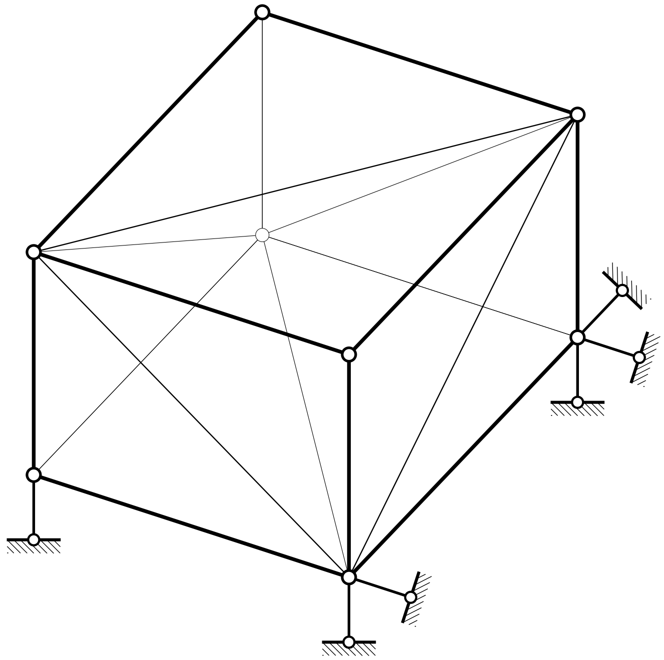
(nastavak s prethodne stranice)

... te osmi čvor i peti tetraedar.

I mogli bismo, dakako, nastaviti ...

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sklapanje — prvi elementarni postupak:

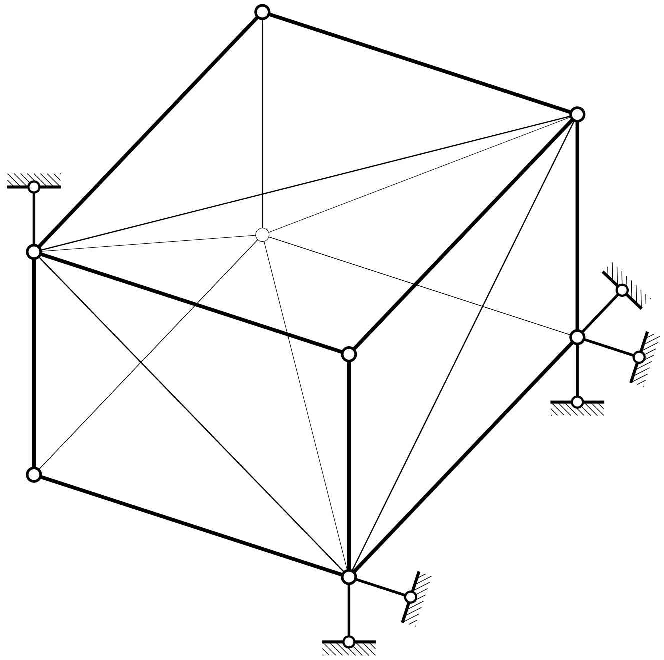


(nastavak s prethodne stranice)

Dobiveni iznutra geometrijski nepromjenjivi sklop, kao svako tijelo u prostoru, ima šest stupnjeva slobode, pa ga treba za podlogu spojiti s pomoću šest zglobnih štapova . . .

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sklapanje — prvi elementarni postupak:

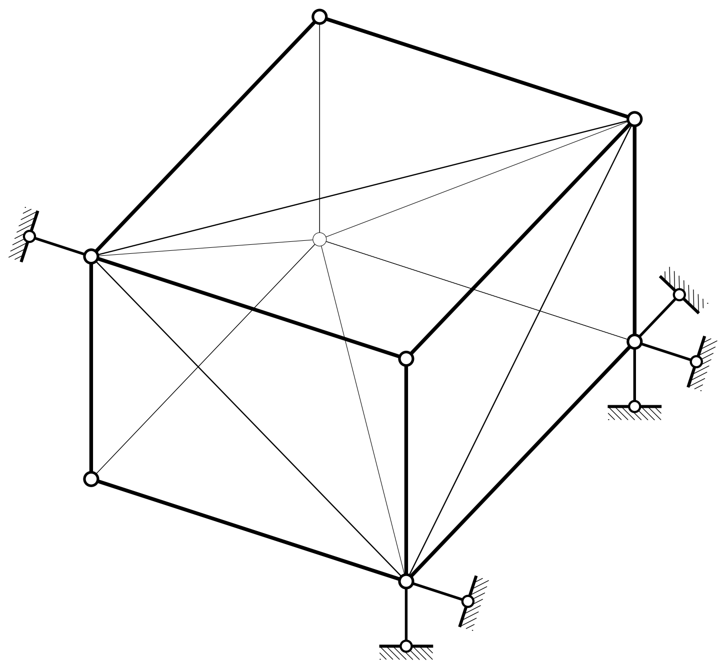


(nastavak s prethodne stranice)

. . . treba ga za podlogu spojiti s pomoću šest zglobnih štapova koji, kao što se ne sjećate iz *Mehanike 1.*, moraju biti ispravno raspoređeni.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sklapanje — prvi elementarni postupak:

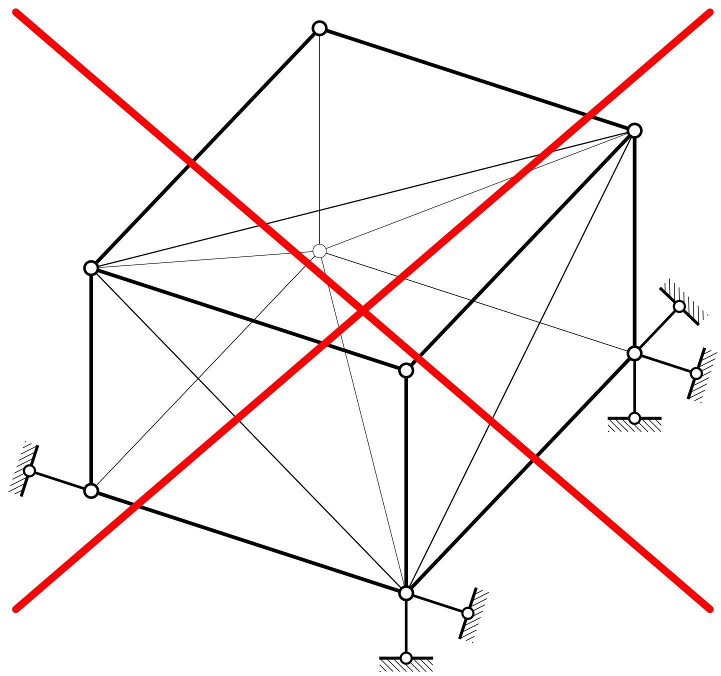


(nastavak s prethodne stranice)

. . . šest zglobnih štapova koji moraju biti ispravno raspoređeni.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sklapanje — prvi elementarni postupak:

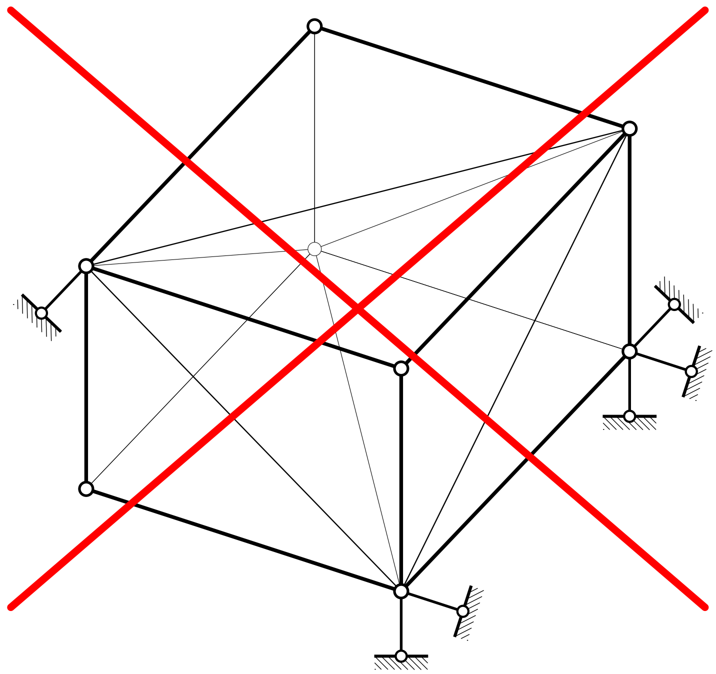


(nastavak s prethodne stranice)

Štapovi osi kojih sijeku jedan pravac u konačnim ili u neizmjerno dalekim točkama nisu ispravno raspoređeni.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

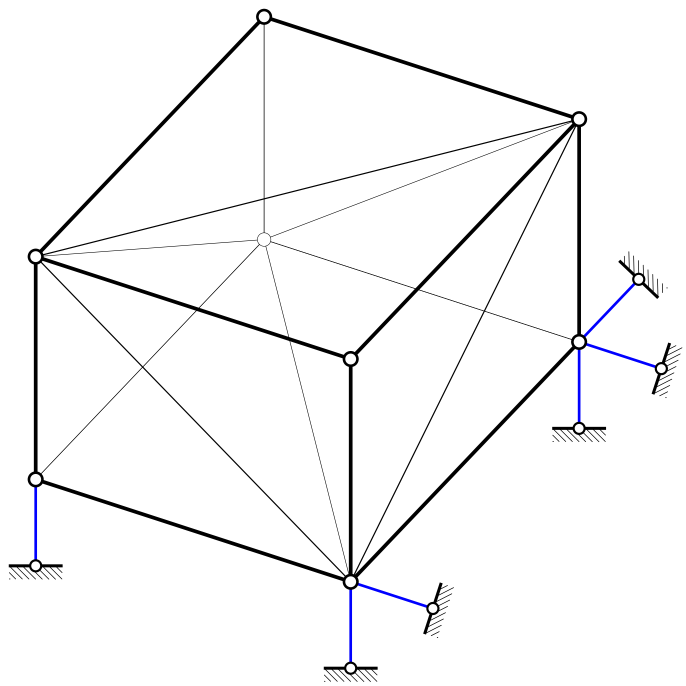
sklapanje — prvi elementarni postupak:



(nastavak s prethodne stranice)

Štapovi osi kojih sijeku jedan pravac u konačnim ili u neizmjerno dalekim točkama nisu ispravno raspoređeni.

sile u spojevima s podlogom — prvi elementarni sklop:

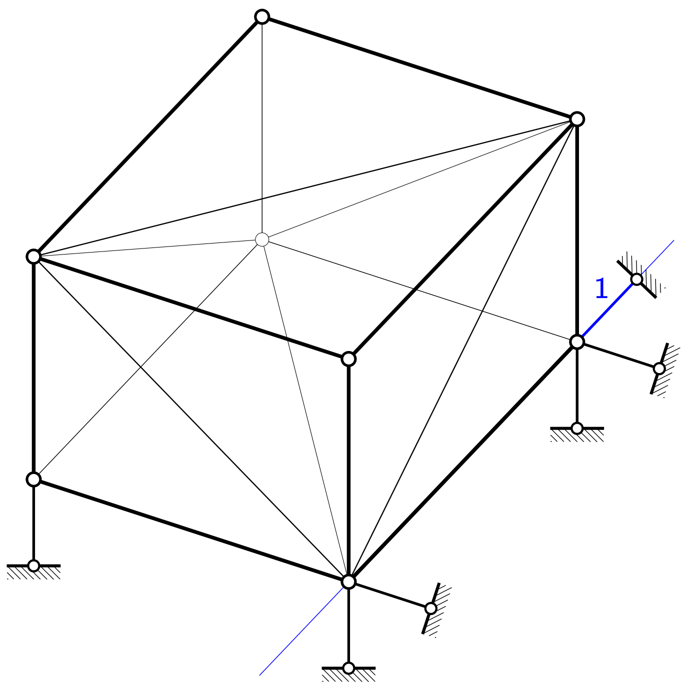


Obilježje je rešetkastih nosača sklopljenih elementarnim postupcima da se jednadžbe ravnoteže projekcija sila u čvorovima mogu poredati tako da se dobivene jednadžbe mogu rješavati postupno, u nizu koraka. U svakom se koraku može pronaći barem jedan čvor u kojem su u priključenim štapovima nepoznate vrijednosti samo triju sila.

U rješavanju nosača sklopljenih prvim elementarnim postupkom treba prije toga izračunati vrijednosti sila u štapovima koji su spojevi s podlogom.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sile u spojevima s podlogom — prvi elementarni sklop:



(nastavak s prethodne stranice)

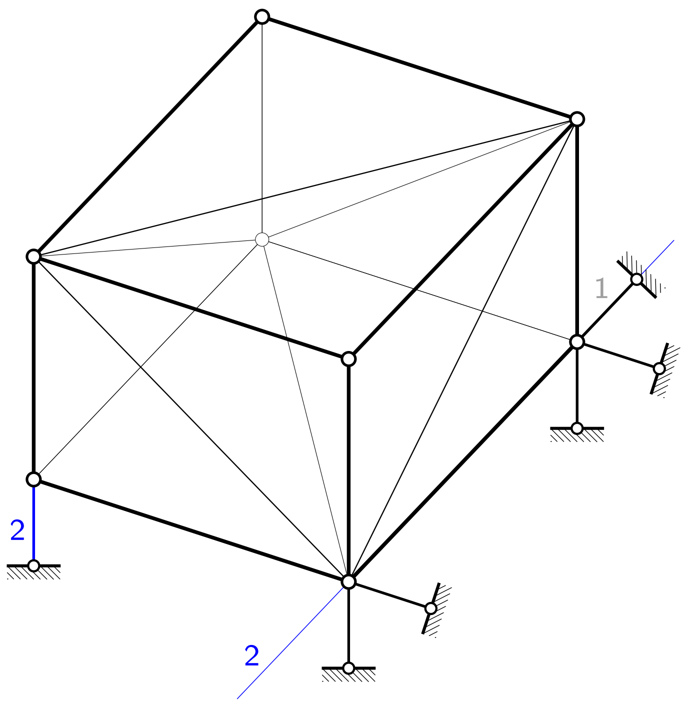
Za tijelo u prostoru možemo napisati šest jednadžbi ravnoteže (znani nam dualitet kinematičkih i statičkih svojstava, to jest jednakost broja stupnjeva sloboda i broja uvjeta ravnoteža) u kojima će nepoznanice biti vrijednosti sila u šest spojnih štapovima. (Još jedna poznata postavka: ako je tijelo u ravnini ili u prostoru za podlogu spojeno najmanjim za geometrijsku nepromjenjivost potrebnim brojem ispravno raspoređenih spojeva, sistem je statički određen.)

Najčešće ne treba ni taj sustav sa šest jednadžbi rješavati kao cjelinu. Pogodnim izborom uvjeta ravnoteže i redoslijeda rješavanja može se cjeloviti sustav „razbiti" u pojedinačne nezavisne jednadžbe (ili u manje (pod)sustave).

U našem primjeru, u jednadžbi ravnoteže projekcija sila na os štapa 1 jedina je nepoznanica vrijednost sile u tom štapu. Osi svih ostalih štapova, naime, okomite su na os štapa 1, pa projekcije sila u njima iščezavaju.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sile u spojevima s podlogom — prvi elementarni sklop:

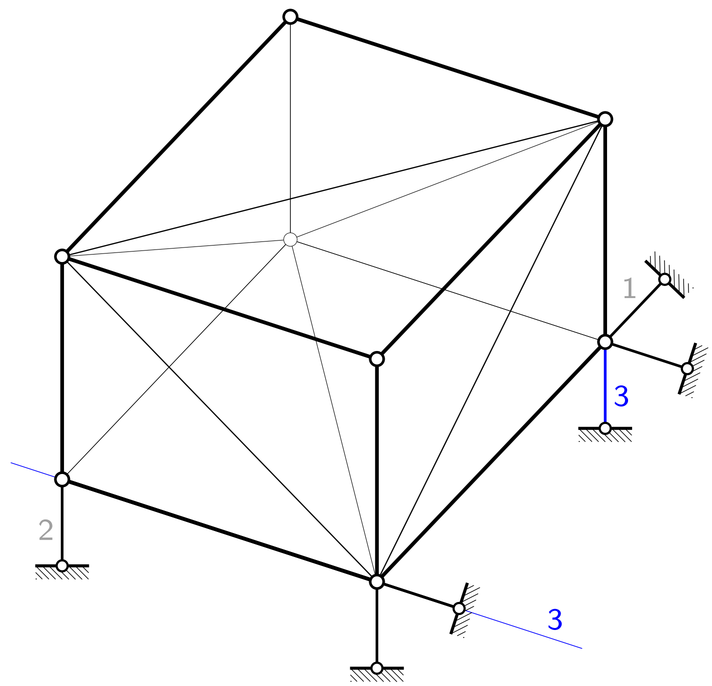


(nastavak s prethodne stranice)

Vrijednost sile u štapu 2 jedina je nepoznanica u jednadžbi ravnoteže momenata oko osi štapa 1, koju smo sada označili s 2. Osi preostala četiri štapa sijeku os 2, pa momenti sila u tim štapovima u odnosu na nju iščezavaju.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sile u spojevima s podlogom — prvi elementarni sklop:

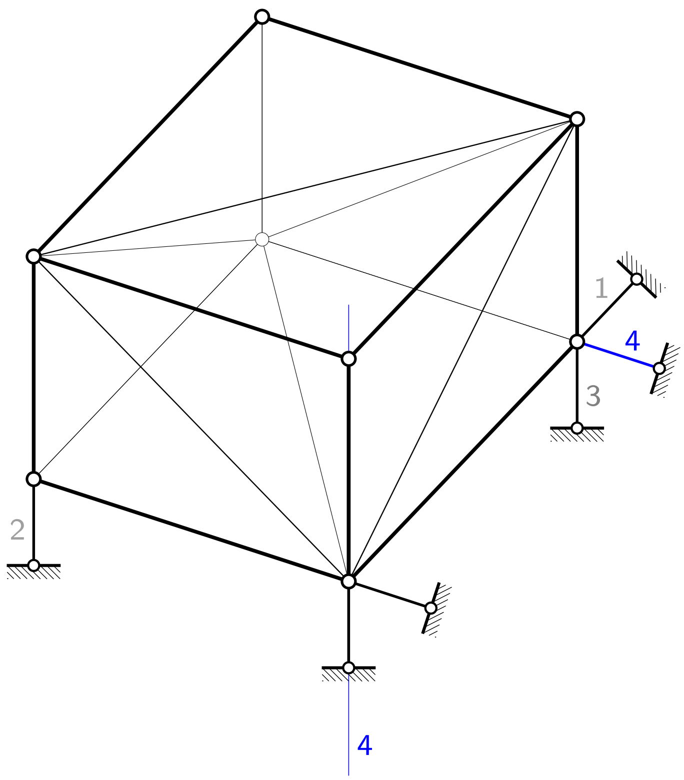


(nastavak s prethodne stranice)

Vrijednost sile u štapu 3 izračunavamo iz jednadžbe ravnoteže momenata oko osi označene s 3. To je os jednog štapa, osi triju štapova je sijeku u točkama na crtežu, a os jednoga je usporedna s njom, pa je siječe u neizmjerno dalekoj točki. Stoga momenti sila u svim štapovima, osim u štapu 3, iščezavaju.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sile u spojevima s podlogom — prvi elementarni sklop:

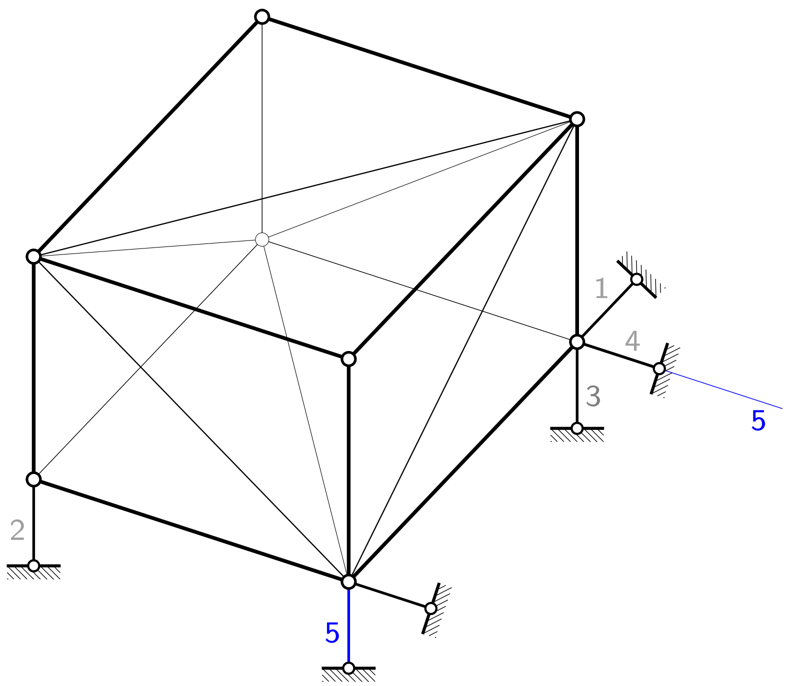


(nastavak s prethodne stranice)

Os 4 os je jednog štapa, osi dvaju štapova je sijeku u konačnim točkama, dok su osi dvaju štapova usporedne s njom, tako da se u jednadžbi ravnoteže momenata oko te osi pojavljuje samo vrijednost sile u štapu 4.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sile u spojevima s podlogom — prvi elementarni sklop:

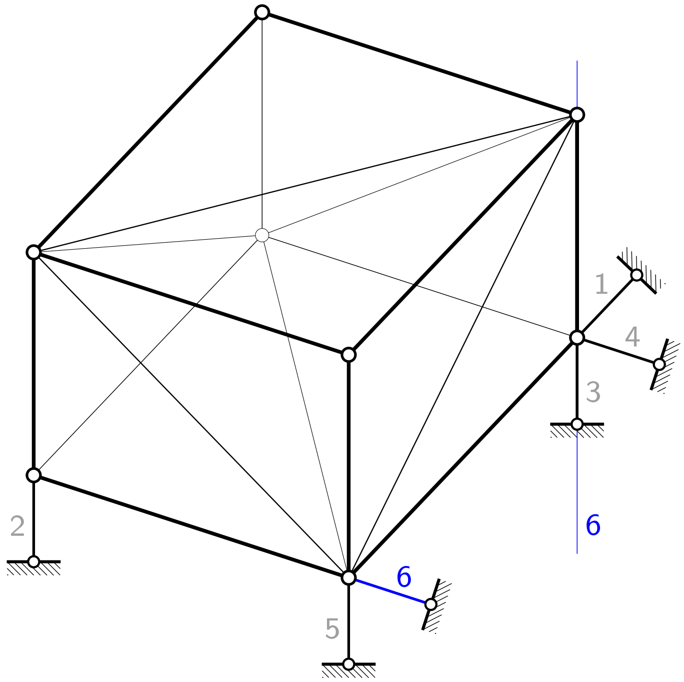


(nastavak s prethodne stranice)

Os 5 os je štapa 4, osi dvaju štapova je sijeku u konačnim, a os jednoga u neizmjerno dalekoj točki. U jednadžbi ravnoteže momenata oko te osi pojavljuju se stoga samo vrijednosti sila u štapovima 2 i 5, no vrijednost sile u štapu 2 već smo izračunali, pa je jedina nepoznanica vrijednost sile u štapu 5. (Dobivenu vrijednost sile u štapu 2 doduše nismo provjerili prije uvođenja u nastavak proračuna, ali katkad treba odabrati između lijenosti i života u opasnosti.)

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sile u spojevima s podlogom — prvi elementarni sklop:

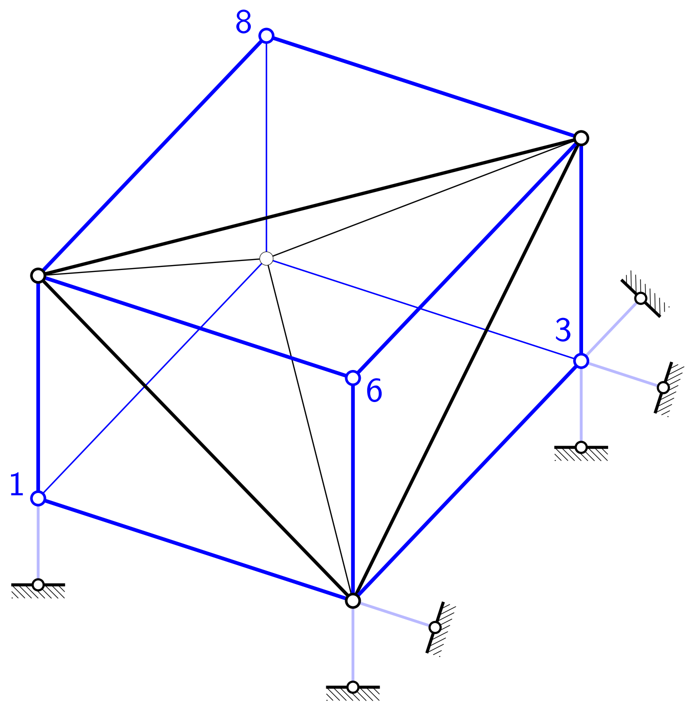


(nastavak s prethodne stranice)

Zašto je vrijednost sile u štapu 6 jedina nepoznanica u jednadžbi ravnoteže momenata oko osi 6?

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sile u spojevima s podlogom — prvi elementarni sklop:



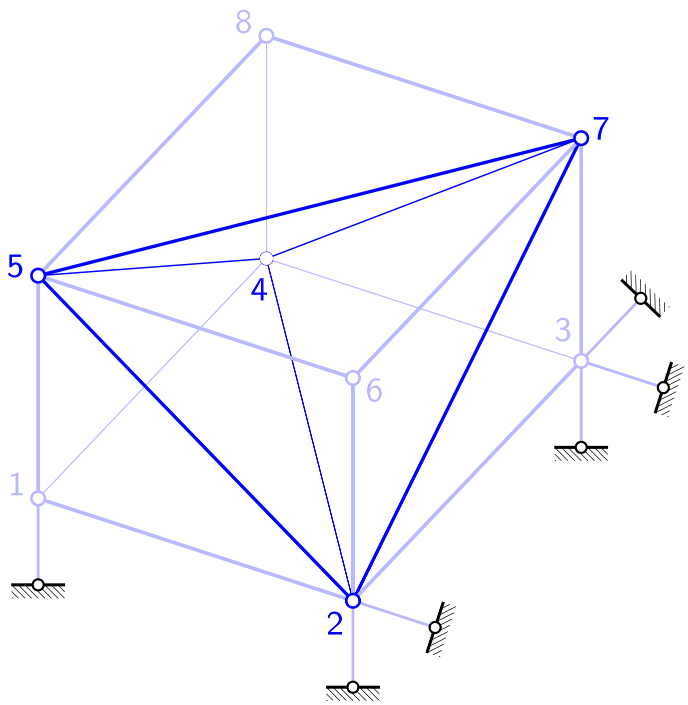
(nastavak s prethodne stranice)

Uz poznate vrijednosti sila u štapovima koji su spojevi s podlogom izračunati možemo i vrijednosti sila u „unutarnjim" štapovima. Kao što smo već rekli, ako je nosač sklopljen jednim od elementarnih postupaka, postoji barem jedan čvor u kojem su u samo tri priključena štapa vrijednosti sila nepoznate.

U našemu su primjeru u čvorove $1, 3, 6$ i 8 spojena po tri štapa. Te čvorove možemo riješiti bilo kojim redom. Time dobivamo vrijednosti sila u štapovima na svih dvanaest bridova kvadra.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

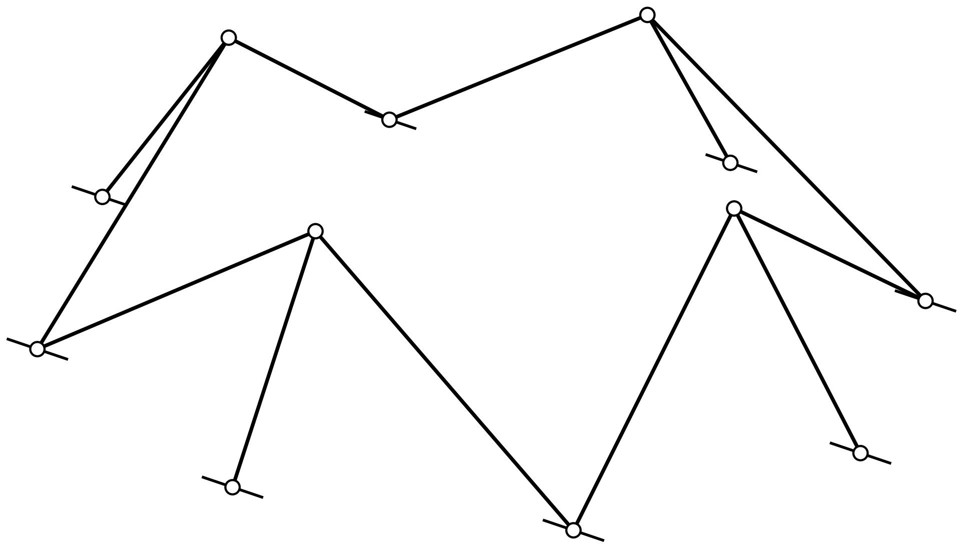
sile u spojevima s podlogom — prvi elementarni sklop:



(nastavak s prethodne stranice)

Iako je u čvorove 2, 4, 5 i 7 priključeno po šest štapova, u svakome od njih sada su poznate vrijednosti sila u tri priključena štapa na bridovima, te kao nepoznate u svakom ostaju tri vrijednosti sila u priključenim štapovima na dijagonalama stranā kvadra. No, tih je štapova šest (a ne dvanaest, jer su čvorovi 2, 4, 5 i 7 vrhovi tetraedra kojem su štapovi s nepoznatim vrijednostima sila bridovi). Riješimo li, recimo, čvor 5, ostaju nepoznate vrijednosti sila još u tri štapa, pri čemu su u svakom od čvorova 2, 4 i 7 nepoznate vrijednosti sila samo u po dva štapa. Nakon rješavanja sljedećega čvora, recimo čvora 7, ostat će nepoznata samo još jedna vrijednost, koju možemo izračunati rješavajući, recimo, čvor 2. Čvor 4 možemo upotrijebiti za (djelomičnu) provjeru proračuna.

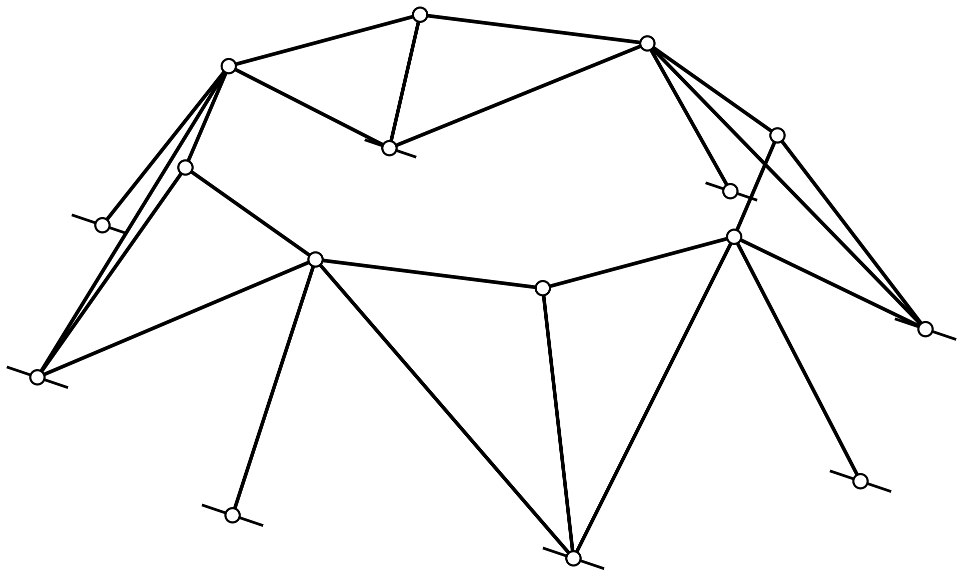
sklapanje — drugi elementarni postupak:



U *drugom elementarnom postupku sklapanja* prostornih rešetkastih nosača zglobne čvorove uzastopno spajamo za podlogu i(li) za prethodno sklopljeni geometrijski nepromjenivi (pod)sistem koji sadrži podlogu s pomoću tri zglobna štapa, pri čemu osi tih štapova ne smiju ležati u jednoj ravnini.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sklapanje — drugi elementarni postupak:

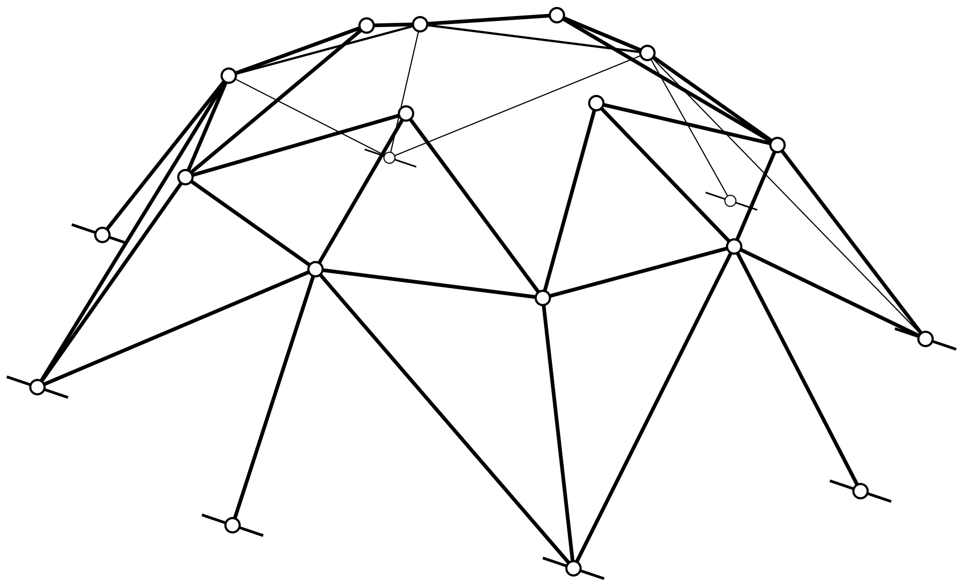


(nastavak s prethodne stranice)

U drugom elementarnom postupku sklapanja prostornih rešetkastih nosača zglobne čvorove uzastopno spajamo za podlogu i(li) za prethodno sklopljeni geometrijski nepromjenivi (pod)sistem koji sadrži podlogu s pomoću tri zglobna štapa, pri čemu osi tih štapova ne smiju ležati u jednoj ravnini.

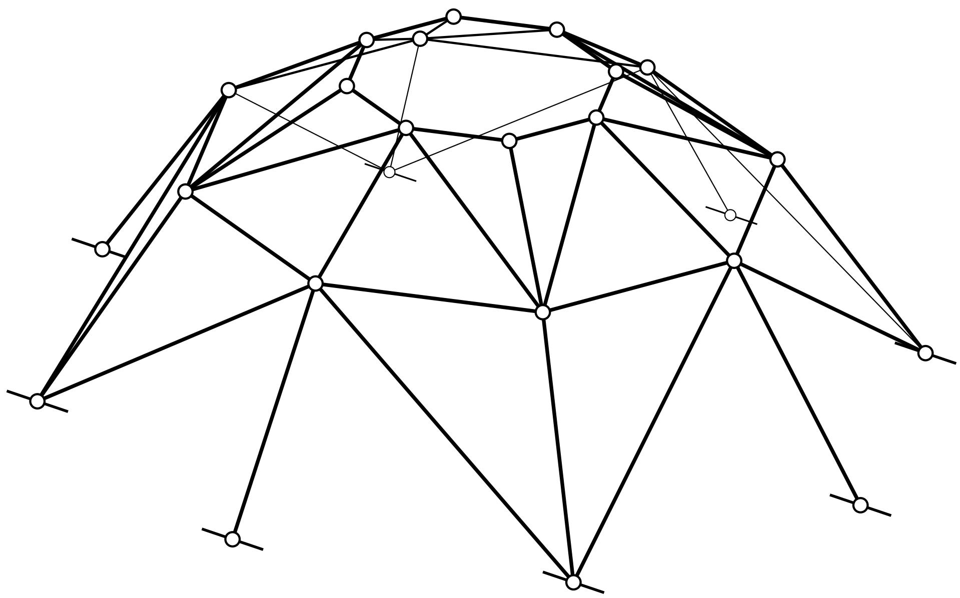
(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sklapanje — drugi elementarni postupak:



(nastavak s prethodne stranice koji se nastavlja na sljedećoj stranici)

sklapanje — drugi elementarni postupak:



Maxwellovo pravilo: $\mathfrak{b} = 3\,\mathfrak{n}$

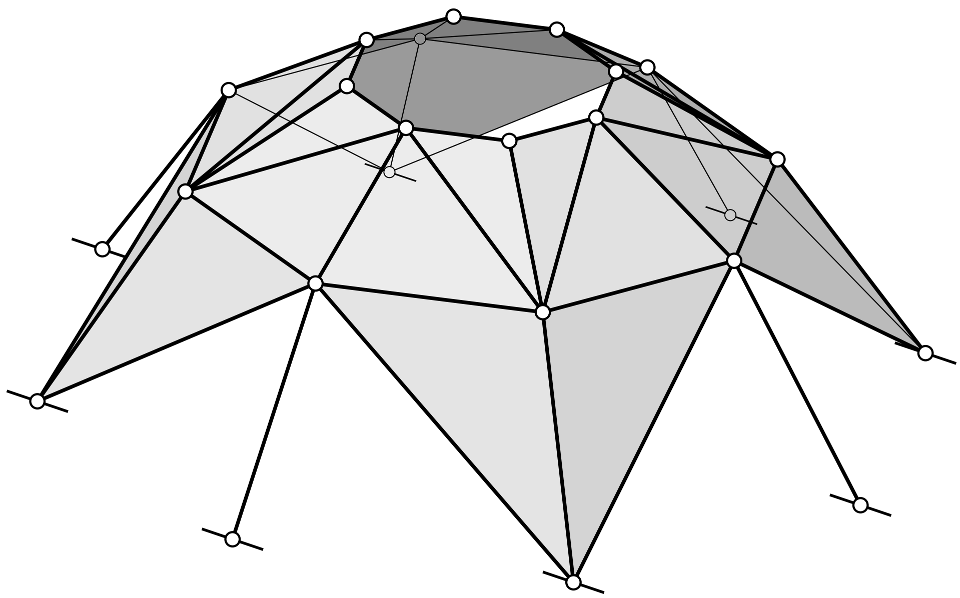
Schwedlerova „kupola" 1. vrste

(nastavak s prethodne stranice)

Prikazani rešetkasti nosač naziva se *Schwedlerovom „kupolom" 1. vrste*.

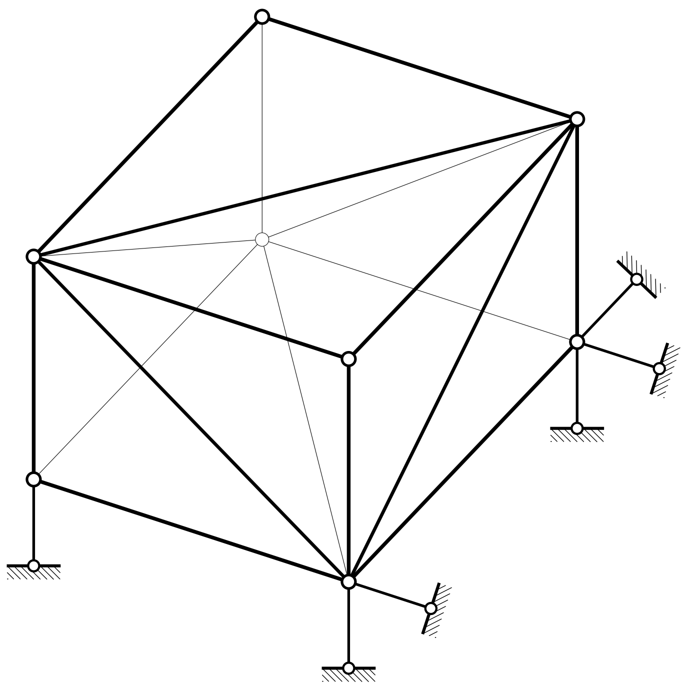
Iz postupka je sklapanja jasno da za spajanje $\mathfrak{n}$ čvorova u prostorni geometrijski nepromjenjivi sistem koji sadrži podlogu treba $\mathfrak{b} = 3\mathfrak{n}$ zglobnih štapova.

sklapanje — drugi elementarni postupak:



Schwedlerova „kupola" 1. vrste

sklapanje — prvi elementarni postupak:



Maxwellovo pravilo: $\quad b = 6 + 3\,(n-4) + 6$

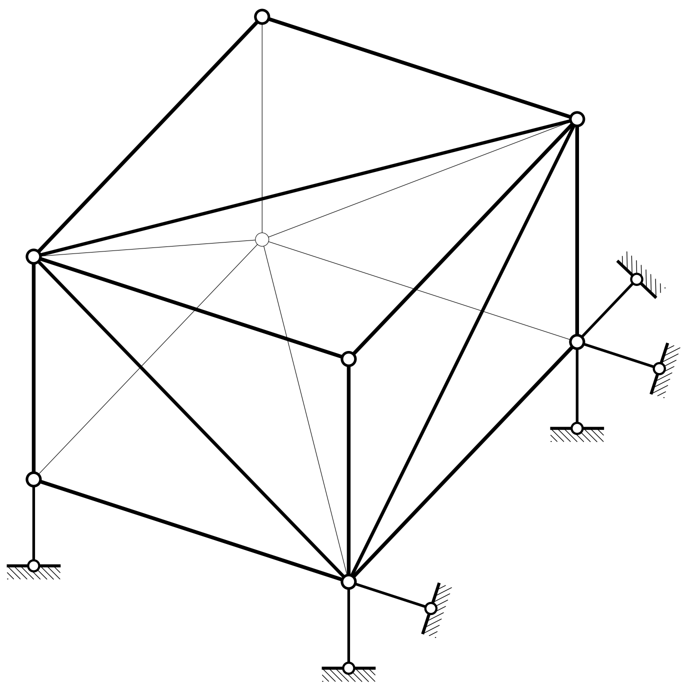
Maxwellovo pravilo vrijedi i za rešetkaste nosače sklopljene prvim postupkom, ali „računica” nije tako očita:

Prvi tetraedar zglobnih štapova sadrži 6 štapova:

$$b = 6 + 3\,(n-4) + 6.$$

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sklapanje — prvi elementarni postupak:



Maxwellovo pravilo: $\quad b = 6 + 3\,(n-4) + 6$

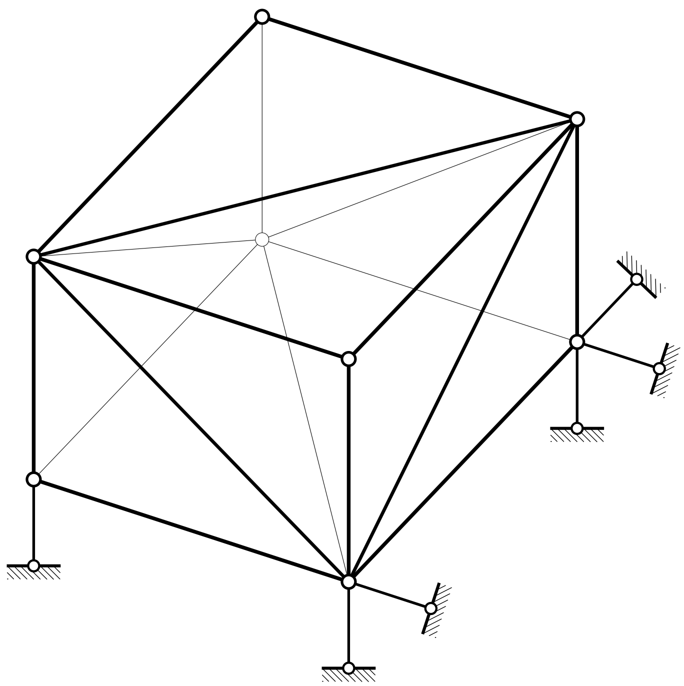
(nastavak s prethodne stranice)

U prvom su tetraedru četiri čvora, pa preostali dio sistema sadrži $n-4$ čvora. U ulančenom sklapanju sistema svaki je od njih s (pod)sistemom sklopljenim u prethodnom koraku spojen trima štapovima:

$$b = 6 + 3\,(n-4) + 6.$$

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sklapanje — prvi elementarni postupak:



Maxwellovo pravilo: $\quad b = 6 + 3\,(n-4) + 6$

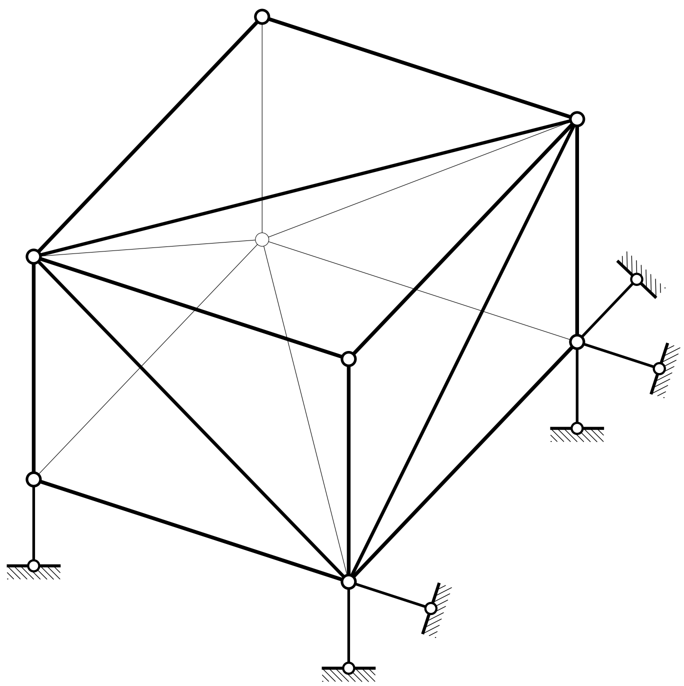
(nastavak s prethodne stranice)

Dobiveno rešetkasto tijelo za podlogu spajamo s pomoću šest štapova:

$$b = 6 + 3\,(n-4) + 6.$$

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sklapanje — prvi elementarni postupak:



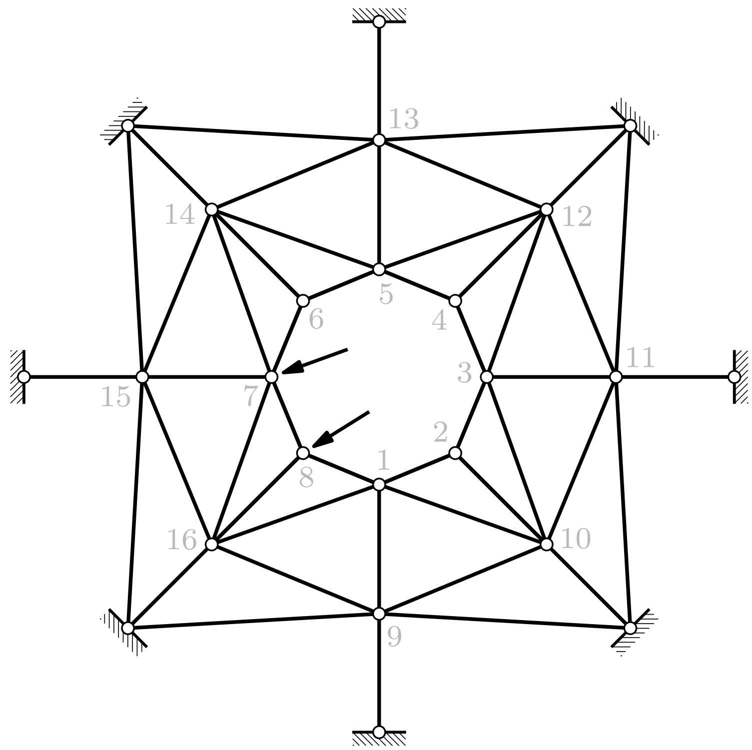
Maxwellovo pravilo:
$$\begin{aligned} b &= 6 + 3\,(n-4) + 6 \\ &= 6 + 3\,n - 12 + 6 \\ &= 3\,n \end{aligned}$$

(nastavak s prethodne stranice)

U zbroju:

$$b = 6 + 3\,(n-4) + 6 = 6 + 3\,n - 12 + 6 = 3\,n.$$

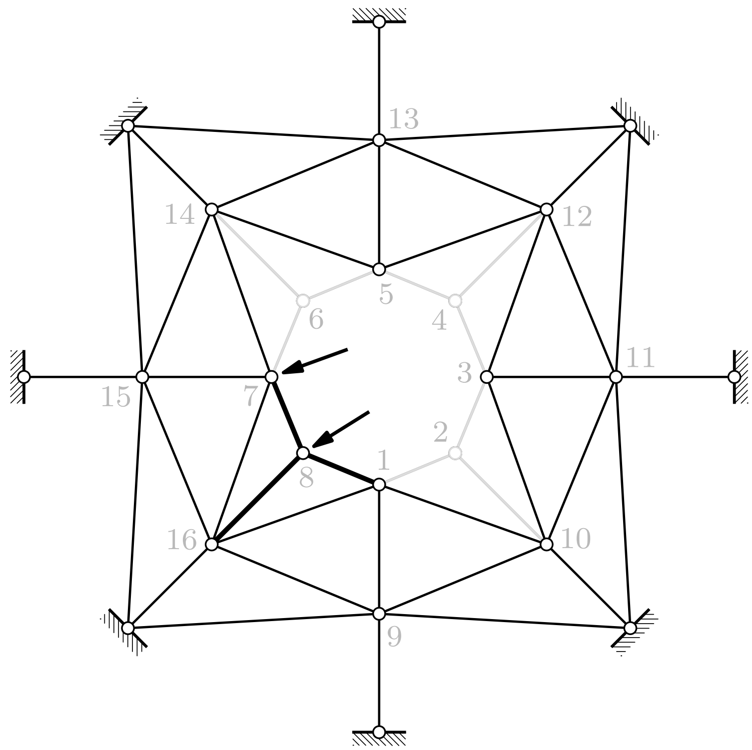
sile u štapovima — Schwedlerova „kupola” 1. vrste:



Budući da je Schwedlerova „kupola” 1. vrste nastala elementarnim postupkom sklapanja, sile u štapovima mogu se odrediti uzastopnim uravnoteženjima čvorova.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sile u štapovima — Schwedlerova „kupola" 1. vrste:



(nastavak s prethodne stranice)

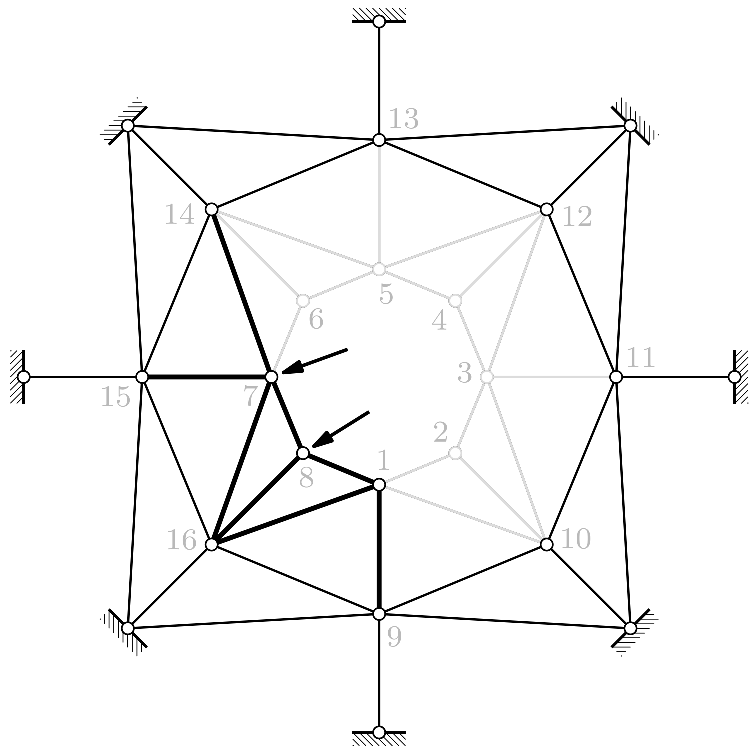
Počinjemo u čvorovima gornjega prstena u kojima se sastaju po tri štapa $(2, 4, 6, 8)$. Ako takav čvor nije opterećen $(2, 4, 6)$, u priključenim štapovima nema sila (štapovi nacrtani sivim linijama).

Ako je pak takav čvor opterećen (8), sile u priključenim štapovima znamo odrediti grafičkim ili računskim postupkom (štapovi nacrtani debljim crnim linijama). Pretpostavili smo da je vanjska sila u „općem" položaju. Ako je ta sila u ravnini koju određuju osi dvaju štapova, sila u trećem štapu ne postoji, a ako vanjska sila djeluje na osi jednoga štapa, u ostala dva nema sila.

Vrijednosti sila u štapovima nacrtanima tanjim linijama zàsada nisu poznate.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sile u štapovima — Schwedlerova „kupola” 1. vrste:



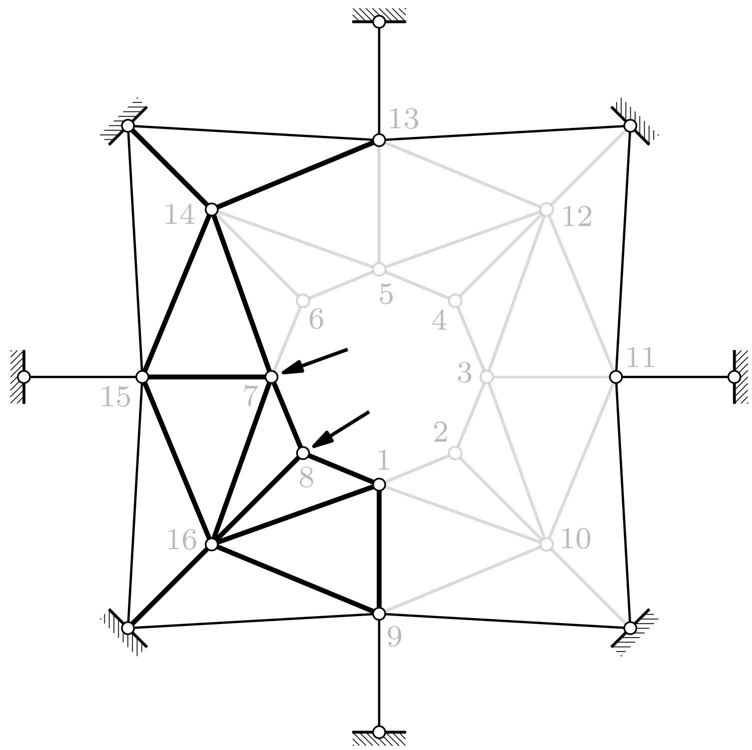
(nastavak s prethodne stranice)

U ostalim čvorovima gornjega prstena $(1, 3, 5, 7)$ sastaje se po pet štapova, no kako su poznate vrijednosti sila u svim štapovima prstena, u svakom čvoru preostaju po tri nepoznate sile. Ako čvor nije opterećen i ako u štapovima prstena koji „ulaze” u njega nema sila (čvorovi 3 i 5), sila neće biti ni u ostala tri priključena štapa.

Ako je pak čvor opterećen (7) ili sila postoji u barem jednom priključenom štapu prstena (čvor 1, štap $(1, 8)$), postojat će sile i u ostala tri priključena štapa (štapovi čvora 7) ili u dva od ta tri štapa (štapovi čvora 1: u štapu $(1, 2)$ nema sile; os štapa $(1, 8)$, u kojoj postoji sila, u ravnini je osī štapova $(1, 16)$ i $(1, 9)$, a os štapa $(1, 10)$ izlazi iz te ravnine).

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sile u štapovima — Schwedlerova „kupola" 1. vrste:



(nastavak s prethodne stranice)

Prelazimo u čvorove donjega prstena. U čvorove 10, 12, 14 i 16 priključena su po tri štapa s nepoznatim vrijednostima sila dok je u čvorove 9, 11, 13 i 15 priključeno po pet takvih štapova.

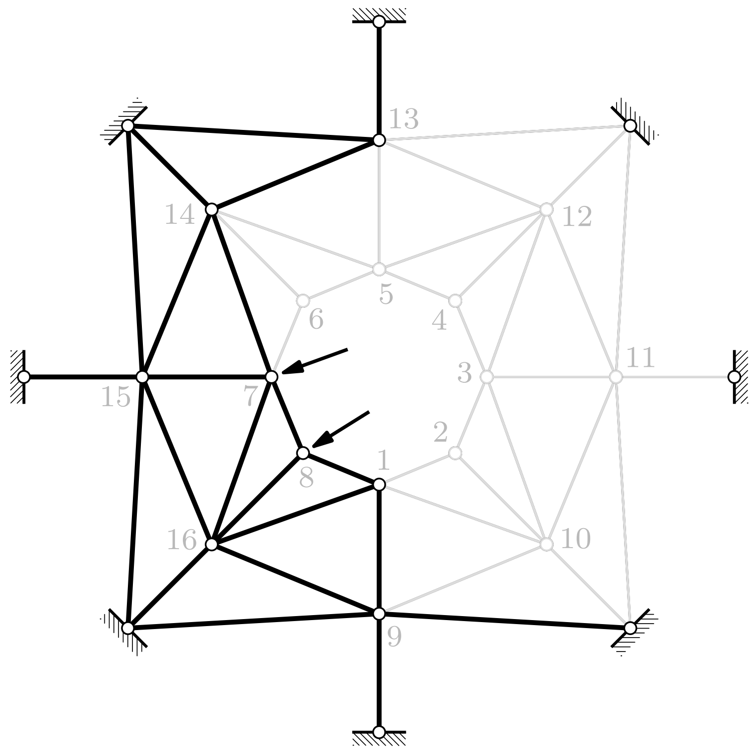
Budući da u štapovima $(1, 10)$, $(2, 10)$ i $(3, 10)$ nema sila, sila neće biti ni u ostala tri štapa priključena u čvor 10. Isto možemo zaključiti za čvor 12.

U štapu $(7, 14)$ postoji sila, pa će sile postojati i u tri štapa priključena u čvor 14 u kojima sile dosad nisu bile poznate.

Na čvor 16 djeluje rezultanta poznatih sila u štapovima $(7, 16)$, $(8, 16)$ i $(1, 16)$, pa će sile postajati i u ostala tri štapa priključena u čvor 16.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

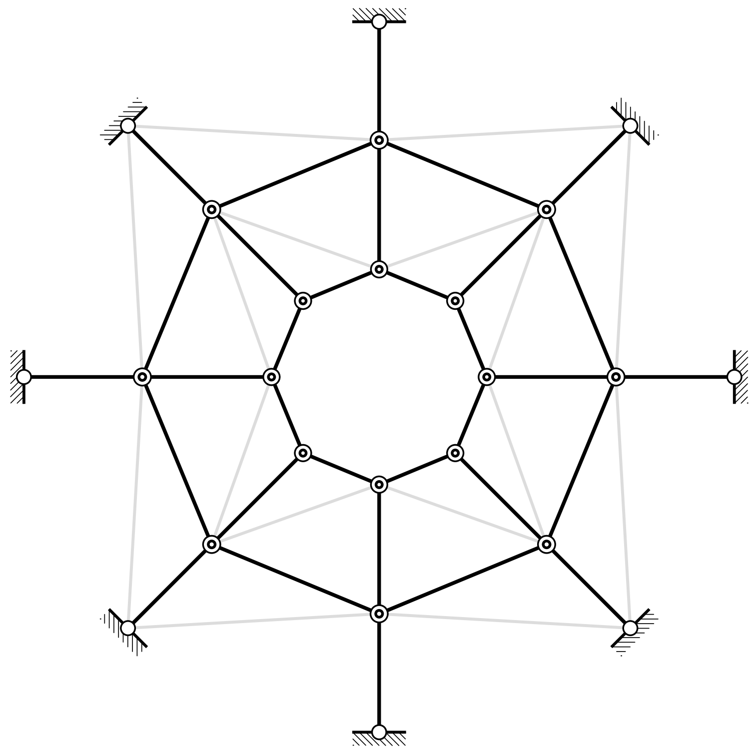
sile u štapovima — Schwedlerova „kupola” 1. vrste:



(nastavak s prethodne stranice)

I na kraju, uz poznate vrijednosti sila u svim štapovima donjega prstena možemo riješiti i čvorove 9, 11, 13 i 15.

sile u štapovima — Schwedlerova „kupola” 1. vrste:



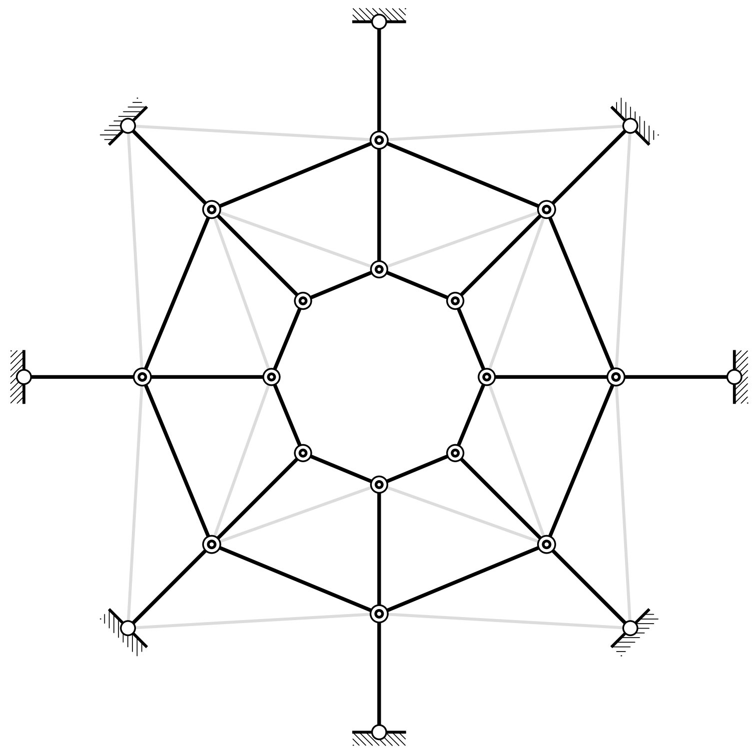
Ako su čvorovi Schwedlerove „kupole” 1. vrste opterećeni vertikalnim silama (koje se u pogledu odozgo projiraju u točke), pri čemu su sile koje djeluju u čvorovima jednoga prstena jednake, unutarnje će sile postojati u štapovima prstenova i u meridijalnim štapovima, a u dijagonalnim štapovima ih neće biti.

Da nema sila u dijagonalnim štapovima gornje razine možemo pokazati na sljedeći način:

„Kupola” ima četiri vertikalne ravnine simetrije koje prolaze meridijalnim štapovima.

Počinjemo, naravno, u čvorovima gornjega prstena u koje su priključena po tri štapa. Vanjske su sile u svim čvorovima jednake, pa će biti međusobno jednake i vrijednosti sila u svim štapovima prstena, a međusobno će jednake biti i vrijednosti sila u meridijalnim štapovima koji su priključeni u te čvorove (ali različite od vrijednostī sila u štapovima prstena). Budući da su čvorovi u ravnoteži, u svakom čvoru (s tri priključena štapa) rezultanta vanjske sile i sila u štapovima prstena djeluje na osi meridijalnoga štapa, a sila u njemu uravnotežuje tu rezultantu.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

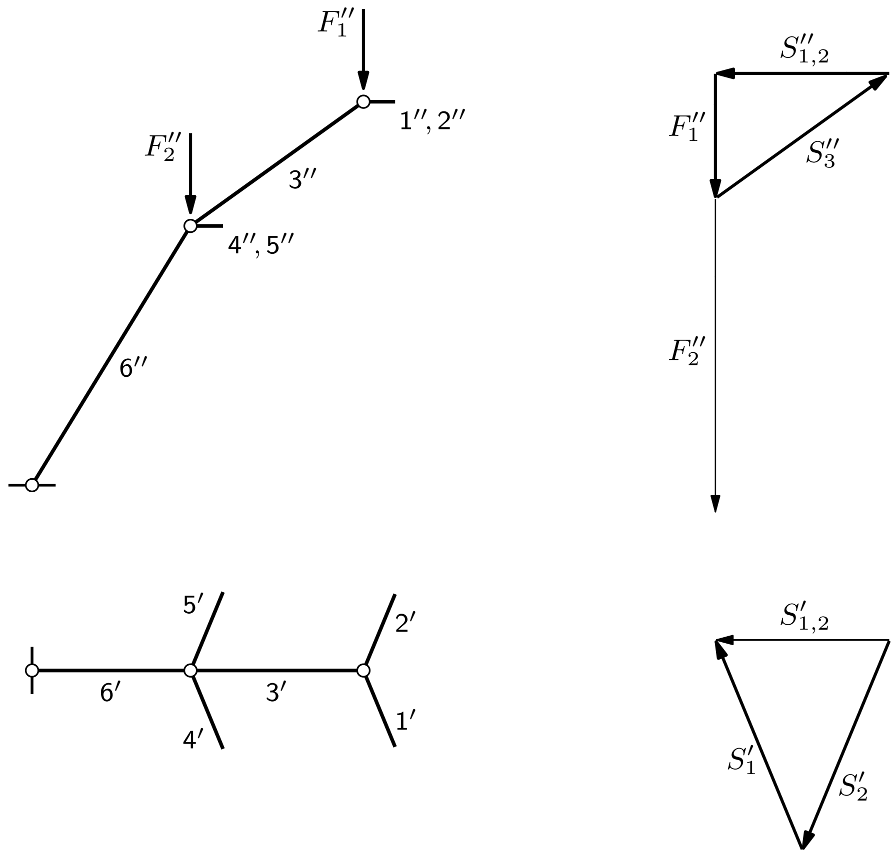


(nastavak s prethodne stranice)

Na čvor u koji je priključeno pet štapova djeluju sile u štapovima prstena i vanjska sila jednake silama koje djeluju na čvor s tri priključena štapa, pa će i njihova rezultanta djelovati na osi meridijalnoga štapa. Da bi čvor bio u ravnoreži, na toj osi mora djelovati i rezultanta sila u dijagonalnim štapovima priključenima u čvor, no to je nemoguće jer ta os ne leži u ravnini koju razapinju osi dijagonalnih štapova. Stoga rezultanta sila u dijagonalnim štapovima ne može postojati, a kako se njihove osi ne poklapaju, rezultanta ne može ne postojati ako sile postoje. Slijedi da su vrijednosti sila u dijagonalnim štapovima jednake nuli i da su vrijednosti sila u meridijalnim štapovima priključenima u čvorove s pet priključenih štapova jednake vrijednostima sila u meridijalnim štapovima priključenima u čvorove s tri priključena štapa.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sile u štapovima — Schwedlerova „kupola” 1. vrste:



(nastavak s prethodne stranice)

Budući da su vrijednosti sila u svim štapovima prstena i vrijednosti sila u svim meridijalnim štapovima jedne „etaže” jednake, možemo za određivanje tih vrijednosti izdvojiti jedan meridijalni sklop.

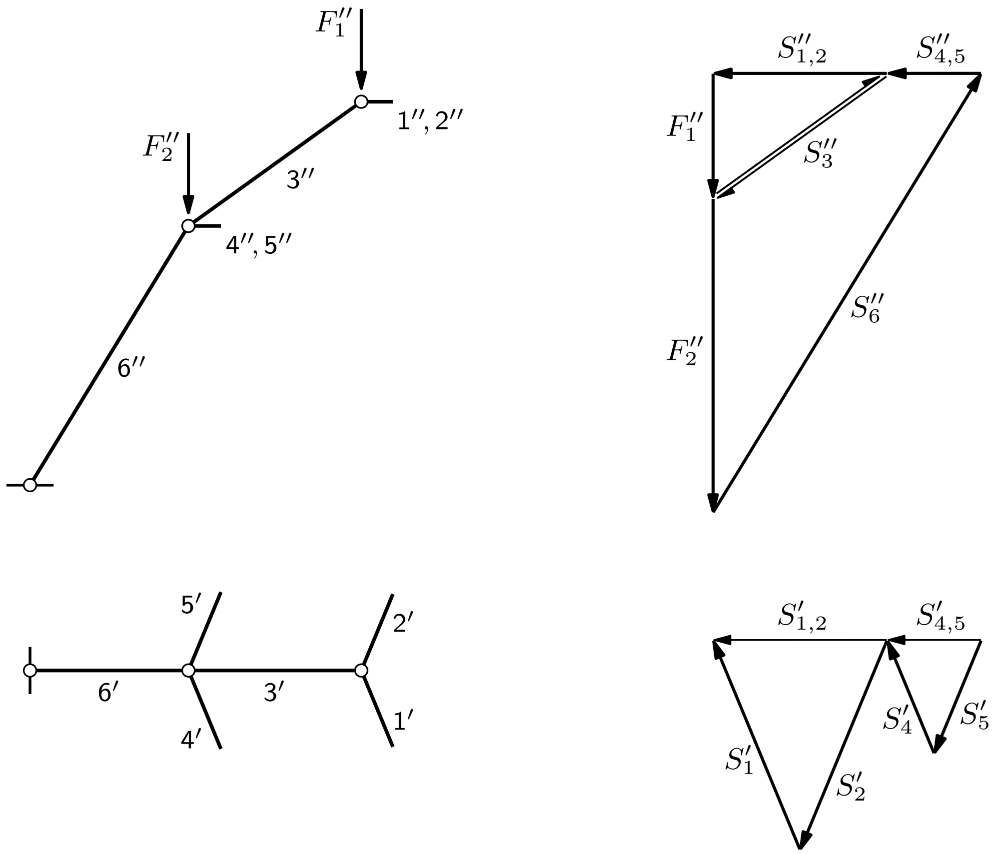
Na čvor gornjega prstena djeluje vertikalna sila $\vec{F}_1$.

Na gornjem su crtežu s pomoću poligona sila projiciranih na vertikalnu ravninu određene sila $\vec{S}_3$ u meridijalnom štapu gornje „etaže” i rezultanta $\vec{S}_{1,2}$ sila $\vec{S}_1$ i $\vec{S}_2$ u dva štapa gornjega prstena.

Ta je rezultanta na donjem crtežu s pomoću poligona sila projiciranih na horizontalnu ravninu rastavljena u komponente $\vec{S}_1$ i $\vec{S}_2$.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sile u štapovima — Schwedlerova „kupola” 1. vrste:



(nastavak s prethodne stranice)

Na čvor donjega prstena djeluje vertikalna sila $\vec{F}_2$ i netom određena sila $-\vec{S}_3$.

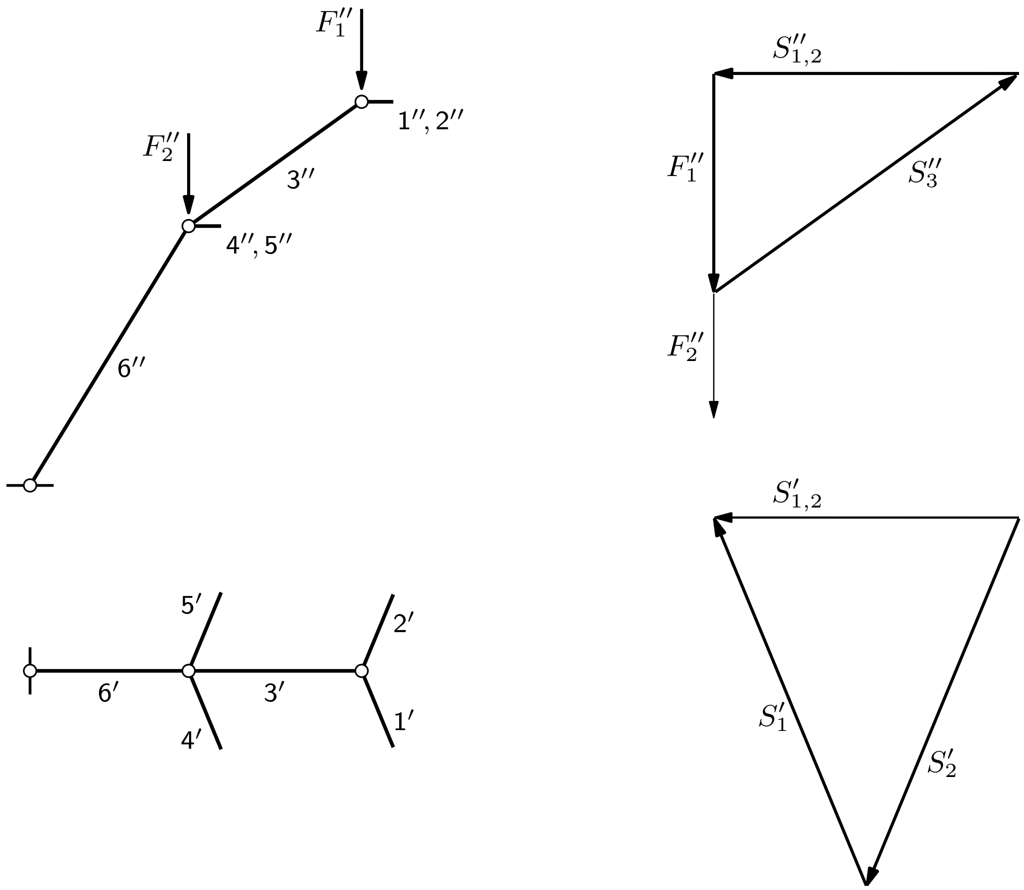
Kao na prethodnoj stranici, na gornjem su crtežu s pomoću poligona sila projiciranih na vertikalnu ravninu određene sila $\vec{S}_6$ u meridijalnom štapu donje „etaže” i rezultanta $\vec{S}_{4,5}$ sila $\vec{S}_4$ i $\vec{S}_5$ u dva štapa donjega prstena.

Na donjem je crtežu ta rezultanta s pomoću poligona sila projiciranih na horizontalnu ravninu rastavljena u sile $\vec{S}_4$ i $\vec{S}_5$.

U svim su štapovima sile tlačne. Iako je intenzitet sile $\vec{F}_2$ veći od intenziteta sile $\vec{F}_1$, intenziteti sila u štapovima donjega prstena manji su od intenziteta sila u štapovima gornjega prstena.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sile u štapovima — Schwedlerova „kupola” 1. vrste:

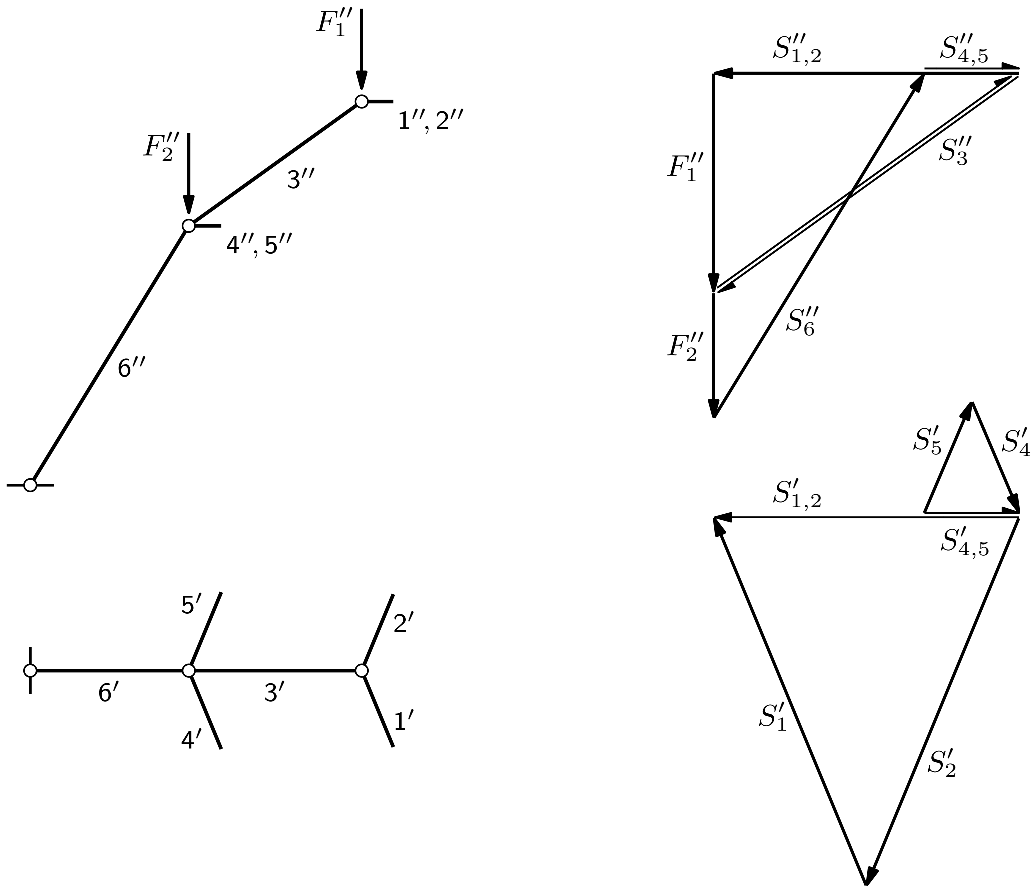


(nastavak s prethodne stranice)

Promijenimo li omjer intenzitetā vanjskih sila — smanjimo li intenzitet sile $\vec{F}_2$ u odnosu na intenzitet sile $\vec{F}_1, \ldots$

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

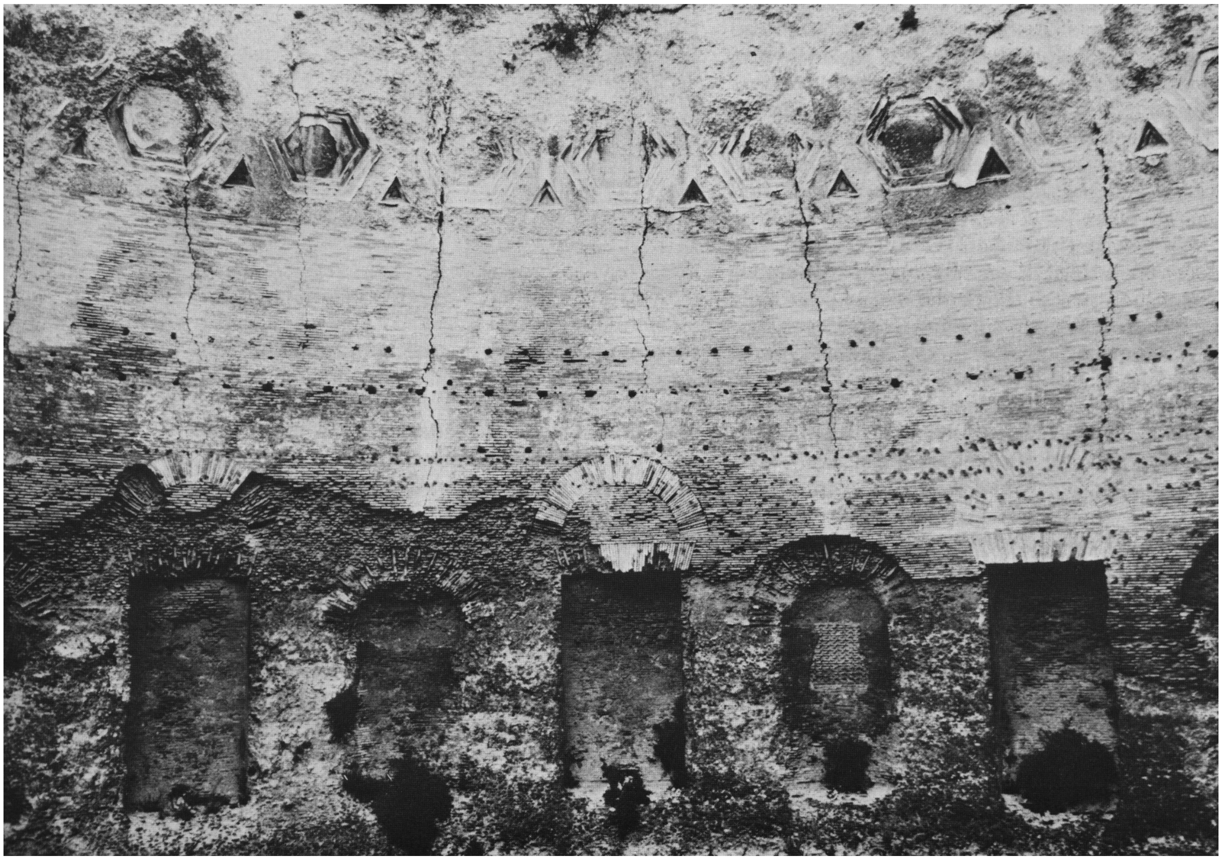
sile u štapovima — Schwedlerova „kupola” 1. vrste:



(nastavak s prethodne stranice)

Promijenimo li omjer intenzitetā vanjskih sila — smanjimo li intenzitet sile $\vec{F}_2$ u odnosu na intenzitet sile $\vec{F}_1$, sile u štapovima donjega prstena postat će vlačne.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)



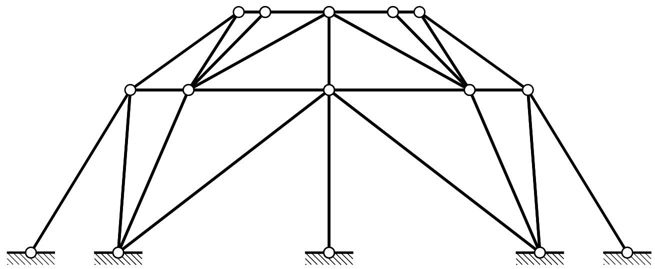
(nastavak s prethodne stranice)

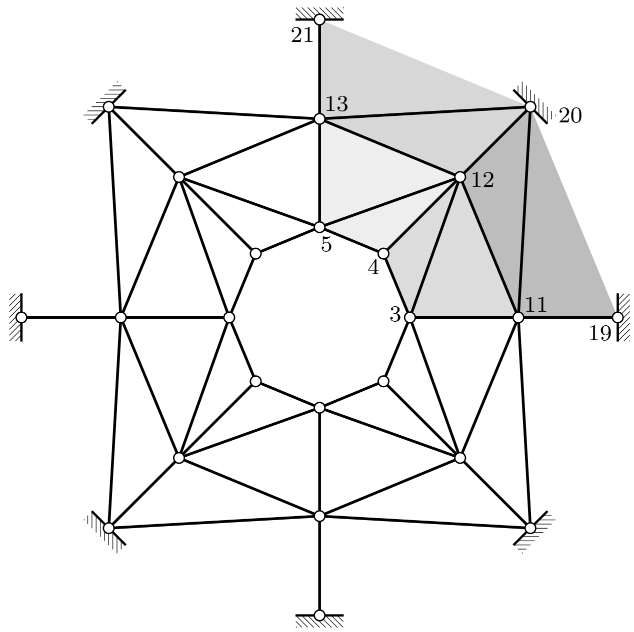
To je korisno uočiti jer nam Schwedlerova „kupola” daje uvid u statičko djelovanje „pravih”, punostijenih kupola* te omogućava predočavanje i olakšava razumijevanje tôka sila u njima.

Prstenaste vlačne sile u zidanoj kupoli mogu uzrokovati meridijalne pukotine — pukotine okomite na trajektorije prstenastih sila.

* Riječ „kupola” je u nazivu Schwedlerove „kupole” u navodnicima zato što su kupole po definiciji monolitne ljuske, dakle plošne, a ne štapne konstrukcije.

sklapanje — treći elementarni postupak:



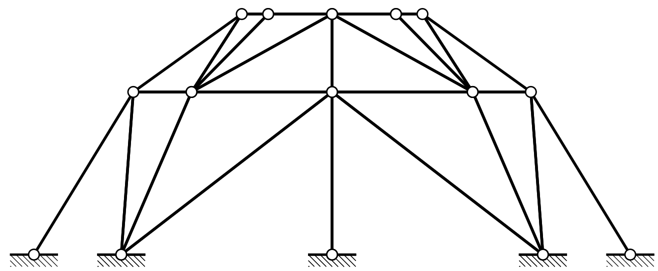


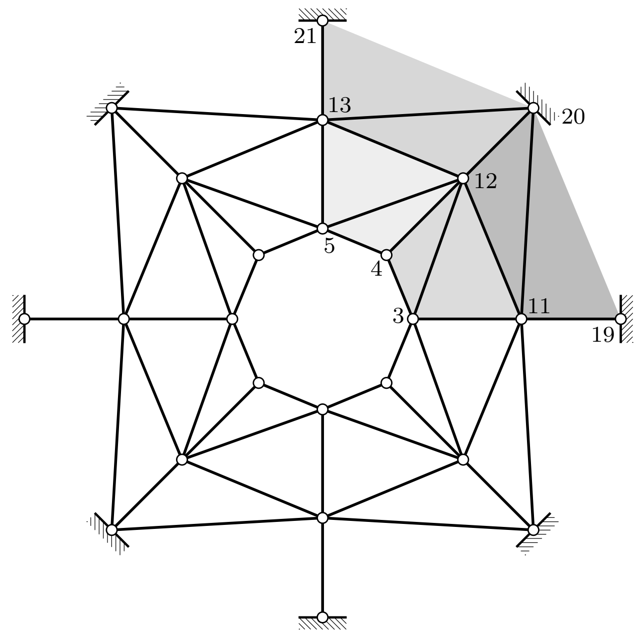
Schwedlerovu „kupolu” 1. vrste uveli smo kao „čistu” prostornu konstrukciju koja nastaje (drugim) elementarnim načinom sklapanja. Ta se konstrukcija, međutim, može analizirati i kao *sistem sastavljen od ravninskih rešetaka*.

Prostorni rešetkasti sistem sastavljen od ravninskih rešetaka geometrijski je nepromjenjiv ako su ravninski rešetkasti sistemi od kojih je sklopljen geometrijski nepromjenjivi u svojim ravninama i ako svaki čvor prostornoga sistema pripada dvama ravninskim sistemima. Kako se svaki vektor u prostoru s početnom točkom u nekom čvoru može prikazati kao zbroj dvaju vektora od kojih je jedan u ravnini jedne, a drugi u ravnini druge rešetke, i kako ta dva vektora ne mogu biti vektori pomakā (jer je čvor nepomičan u jednoj i drugoj ravnini), vektor pomaka ne može biti ni njihov zbroj.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sklapanje — treći elementarni postupak:



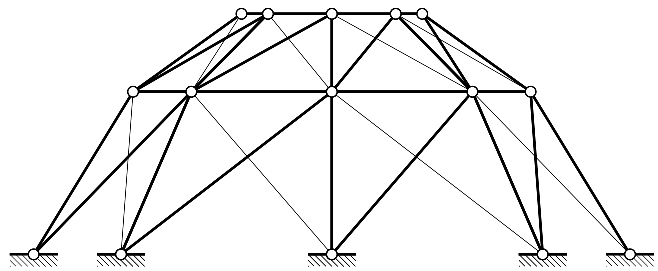


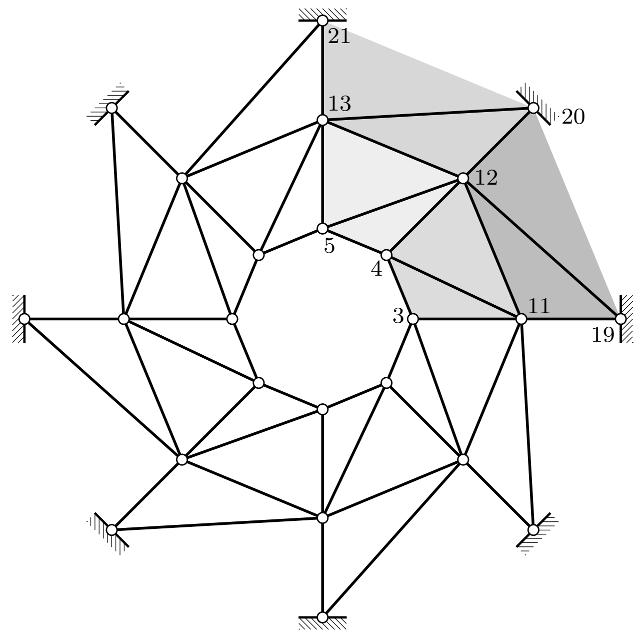
(nastavak s prethodne stranice)

Čvor 12, primjerice, nalazi se na bridu 12–20, zajedničkom ravninskim rešetkama 11–19–20–12 i 12–20–21–13. Kako su obje rešetke geometrijski nepromjenjive u svojim ravninama, brid 12–20, a s njim i čvor 12, pridržani su u prostoru. Na taj se način može dokazati da su svi čvorovi donjega prstena nepomični, a zatim se na isti način može dokazati nepomičnost čvorova gornjega prstena.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sklapanje — treći elementarni postupak:





Schwedlerova „kupola" 2. vrste

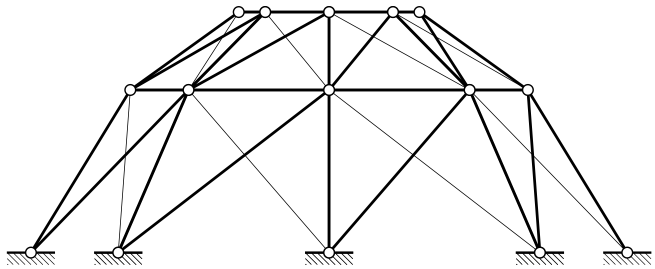
(nastavak s prethodne stranice)

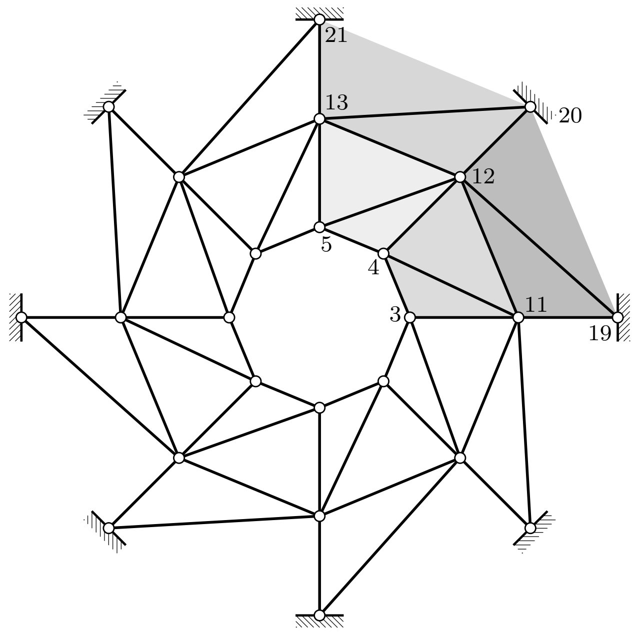
Na slici je prikazana *Schwedlerova „kupola" 2. vrste*. Za razliku od „kupole" 1. vrste, koja ima četiri vertikalne ravnine simetrije, u „kupoli" 2. vrste postoji rotacijska simetrija.

Schwedlerova „kupola" 1. vrste može imati n meridijana. Tada će imati $n/2$ ravnina simetrije. Očito je da n mora biti paran broj. Za razliku od toga, „kupola" 2. vrste može imati neparan broj meridijana.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sklapanje — treći elementarni postupak:



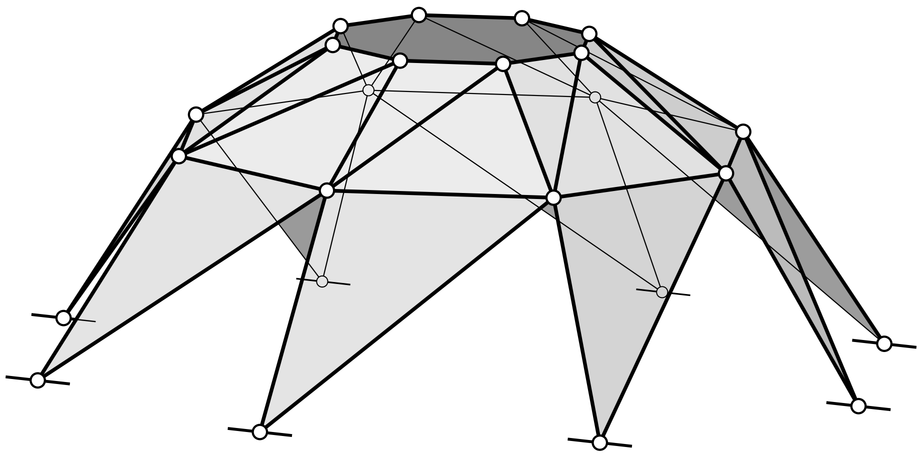


(nastavak s prethodne stranice)

Schwedlerova „kupola" 2. vrste ne može se sklopiti ni prvim ni drugim elementarnim postupkom. Posebno, ne postoji ni jedan čvor koji je trima štapovima spojen za podlogu i(li) za ostatak sistema. Riječ je o rešetki koja je, kao Schwedlerova „kupola" 1. vrste u „drugom pogledu", sastavljena od ravninskih rešetaka. Njezina se geometrijska nepromjenjivost dokazaje na isti način.

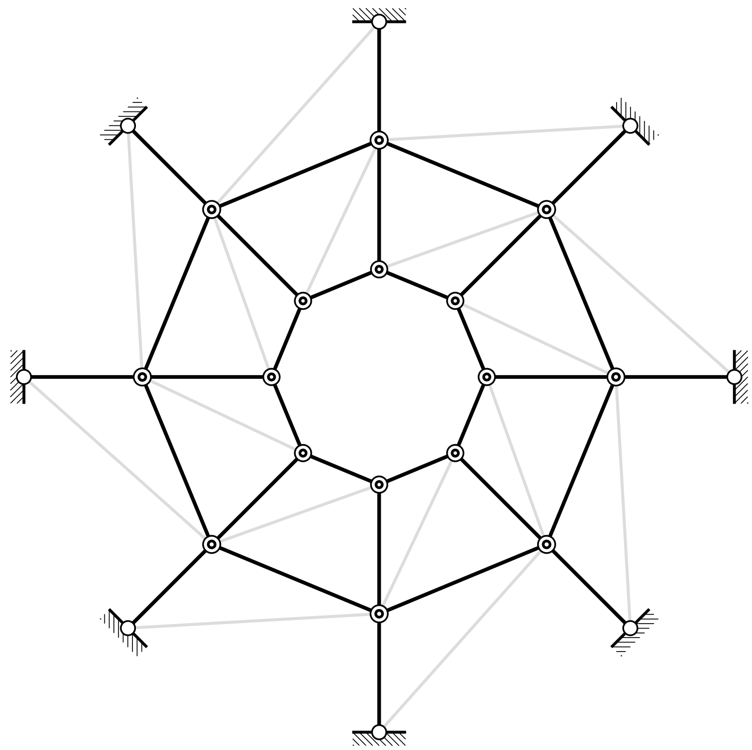
Za Schwedlerovu „kupolu" 2. vrste s parnim brojem meridijana možemo reći i da je nastala iz „kupole" 1. vrste *zamjenom štapova*: određeni dijagonalni štapovi zamijenjeni su „suprotno" nagnutim dijagonalnim štapovima; primjerice, štapovi $(3, 12)$ i $(11, 20)$ zamijenjeni su štapovima $(4, 11)$ i $(12, 19)$. Očito je da i za „kupolu" 2. vrste vrijedi $b = 3n$.

sklapanje — treći elementarni postupak:



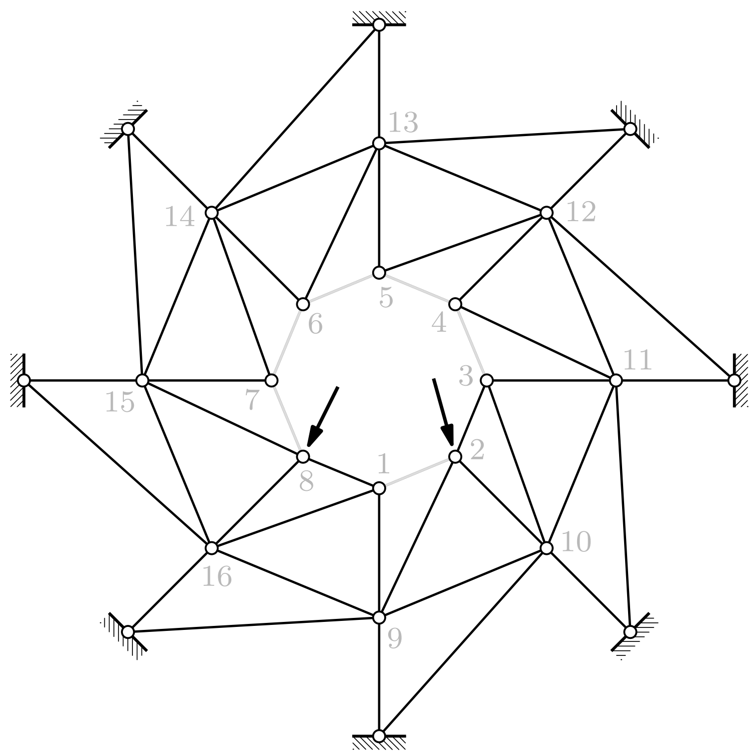
Schwedlerova „kupola” 2. vrste

sile u štapovima — Schwedlerova „kupola” 2. vrste:



Ako su čvorovi čvorovi Schwedlerove „kupole” 2. vrste opterećeni vertikalnim silama tako da su sile koje djeluju u čvorovima jednoga prstena jednake, vrijednosti sila u štapovima mogu se odrediti na isti način kao u „kupoli” 1. vrste. Sila u dijagonalnim štapovima nema [pokušajte dokazati! (možda vas to netko na ispitu upita)], a sklopovi ostalih štapova jednaki su u „kupolama” obje vrste.

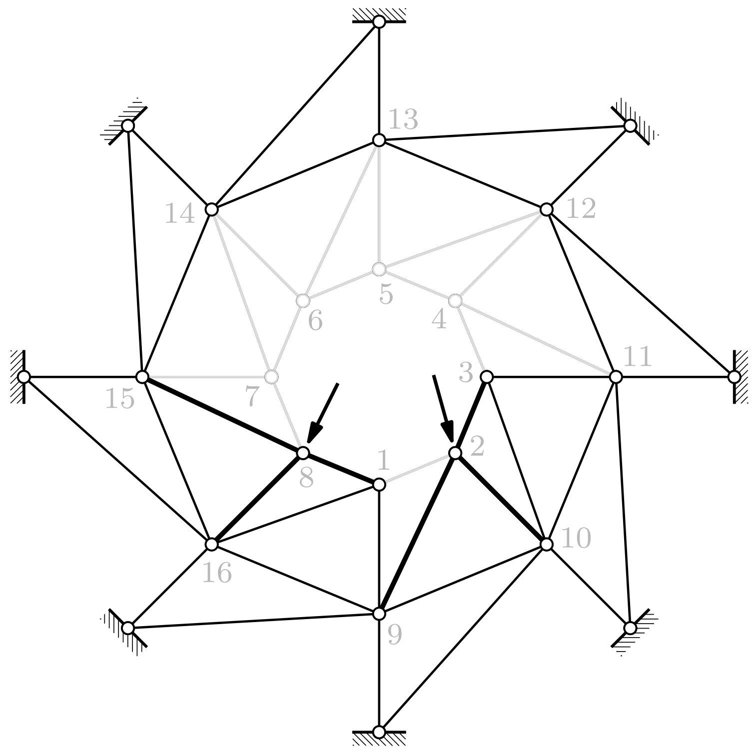
sile u štapovima — Schwedlerova „kupola” 2. vrste:



Iako u Schwedlerovoj „kupoli” 2. vrste ne postoji ni jedan čvor koji je s ostatkom sistema i(li) s podlogom spojen trima štapovima, sile u štapovima mogu se za opterećenje općim silama odrediti uzastopnim uravnoteženjima čvorova.

U svim čvorovima gornjega prstena sastaju se po četiri štapa. Osi tri štapa leže u jednoj ravnini, a os četvrtoga „izlazi” iz nje. Ako je čvor neopterećen (čvorovi 1, 3, 4, 5, 6 i 7), u tom četvrtom štapu ne može postojati sila (jer je sila u ravnini osi ostalih triju štapova ne može uravnotežiti). Dakle, u štapovima nacrtanima sivim linijama nema sila.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)



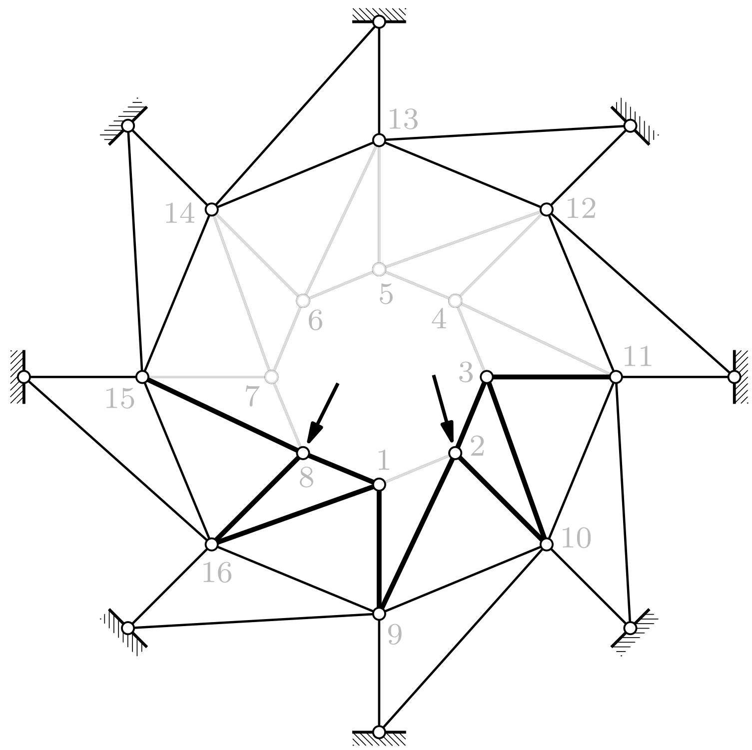
(nastavak s prethodne stranice)

Čvorovi 2 i 8 sada su „obični” prostorni čvorovi u kojima se sastaju po tri štapa s nepoznatim vrijednostima sila, pa te vrijednosti znamo odrediti (štapovi nacrtani debljim crnim linijama).

U čvorovima $4, 5, 6$ i 7 sastaju se dva štapa s nepoznatim vrijednostima sila. Kako se osi tih dvaju štapova ne poklapaju, čvor u koji su priključeni ne može biti u ravnoteži ako u njima postoje sile (štapovi nacrtani sivim linijama, osim štapova prstena).

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sile u štapovima — Schwedlerova „kupola” 2. vrste:

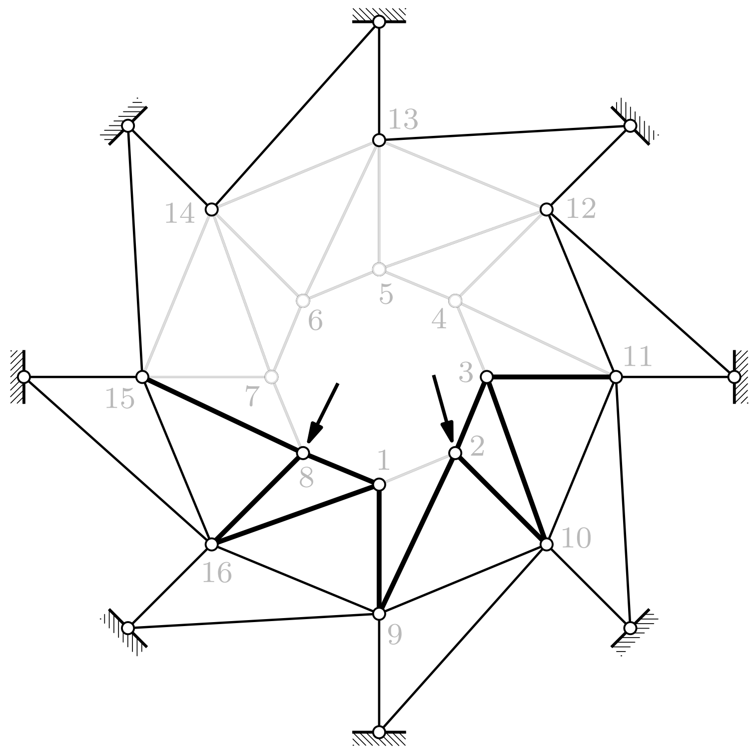


(nastavak s prethodne stranice)

Čvorovi 1 i 3 „ravninski” su čvorovi u kojima se sastaju dva štapa s nepoznatim vrijednostima sila i jedan štap u kojem je vrijednost sile poznata. Prema tome, nepoznate vrijednosti znamo odrediti.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

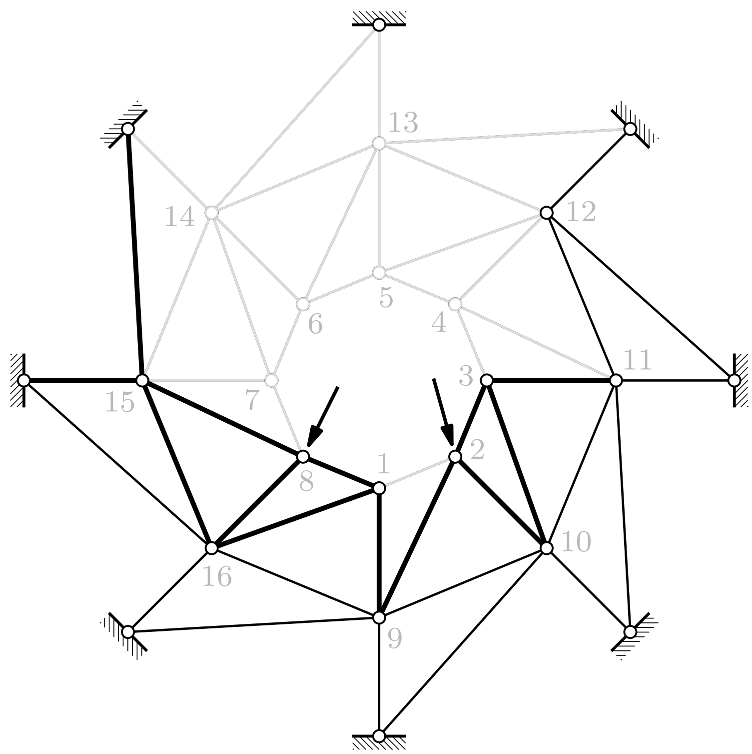
sile u štapovima — Schwedlerova „kupola" 2. vrste:



(nastavak s prethodne stranice)

U čvorovima 12, 13 i 14 sastaje se po šest štapova, pri čemu su u četiri vrijednosti sila nepoznate, dok u ostala dva nema sila. Kako os jednoga od četiri štapa s nepoznatim vrijednostima sila „izlazi" iz ravnine u kojoj leže osi ostala tri štapa, u njema ne može postojati sila.

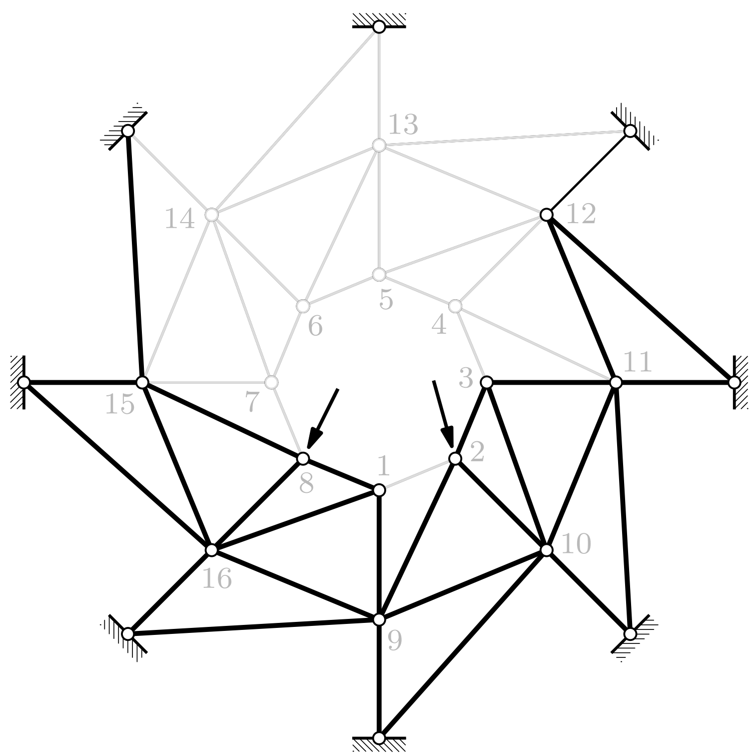
(nastavlja se na sljedećoj stranici)



(nastavak s prethodne stranice)

U štapovima $(7, 15)$ i $(14, 15)$ nema sila, a u štapu $(8, 15)$ vrijednost je sile poznata, pa se u čvor 15 sastaju tri štapa s nepoznatim vrijednostima sila.

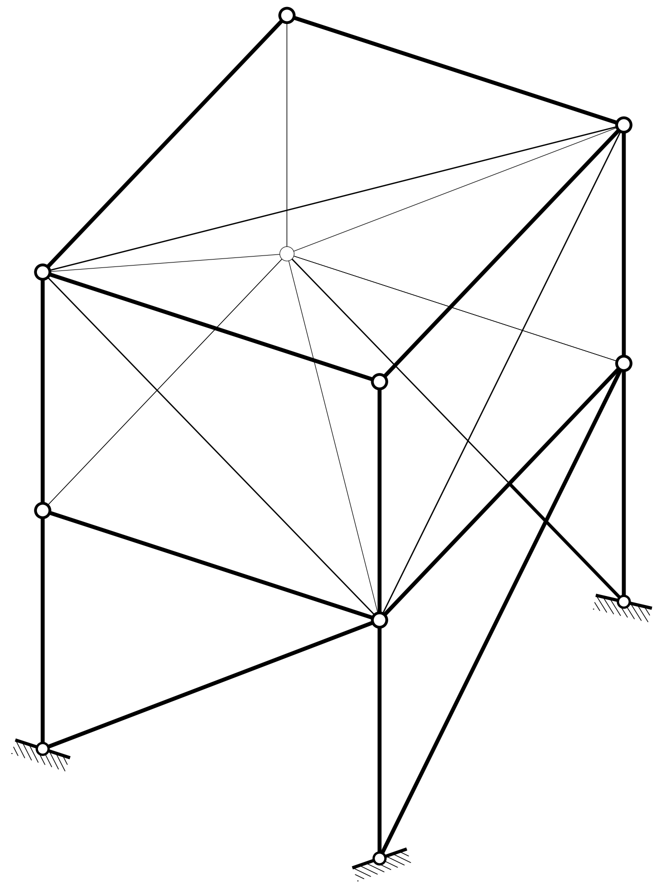
(nastavlja se na sljedećoj stranici)



(nastavak s prethodne stranice)

Rješavanjem čvora 15 odredili smo vrijednost sile u štapu $(15, 16)$, a vrijednosti sila u štapovima $(8, 16)$ i $(1, 16)$ odredili smo u prethodnim koracima. U čvoru 16 sastaju se sada tri štapa s nepoznatim vrijednostima sila. Rješavanjem toga čvora određujemo i silu u štapu $(9, 16)$, pa je čvor 9 sljedeći čvor koji možemo riješiti, a nakon njega slijede čvorovi 10, 11 i 12.

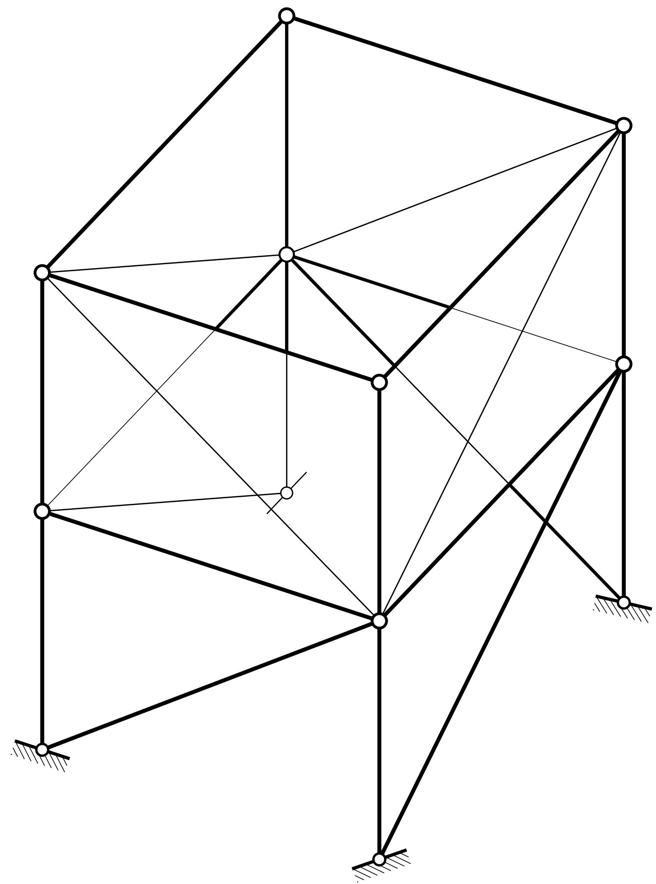
sklapanje — treći elementarni postupak:



I prikazani rešetkasti nosač, sastavljen prvim elementarnim postupkom (rešetkasta iznutra geometrijski nepromjenjiva prizma koja je za podlogu spojena s pomoću šest štapova), možemo u nosač sastavljen od ravninskih rešetaka „pretvoriti" zamjenom štapova.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sklapanje — treći elementarni postupak:



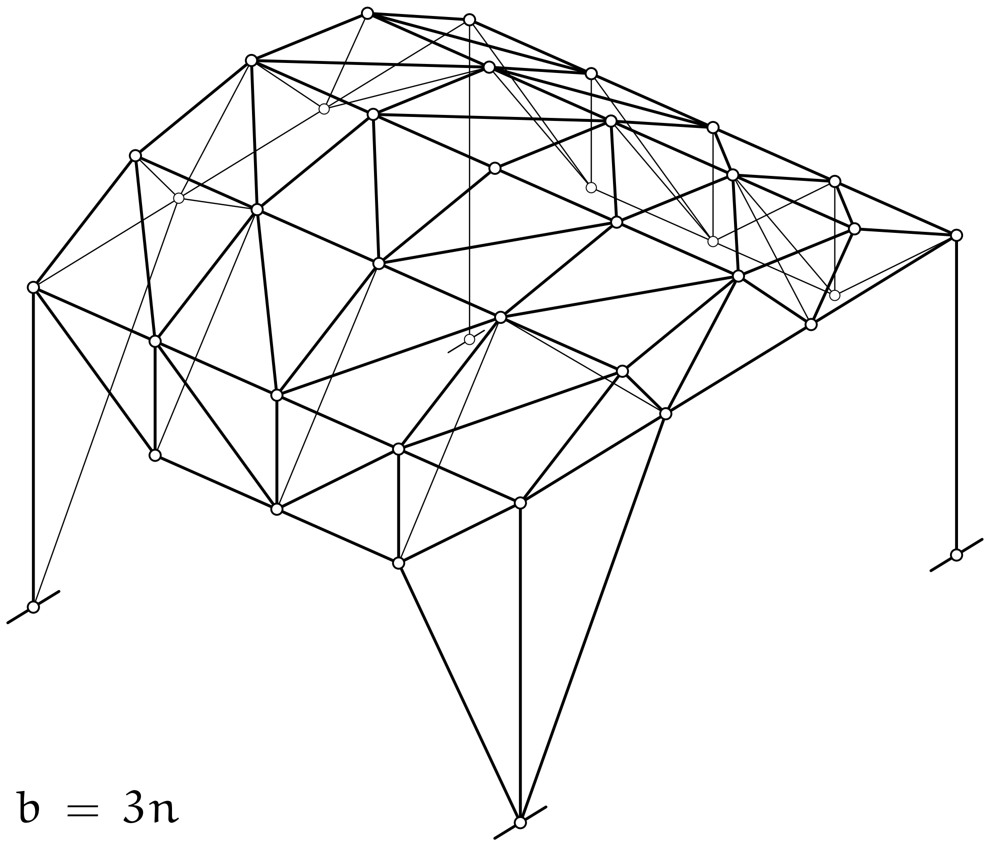
(nastavak s prethodne stranice)

Dijagonalne štapove gornje i donje strane rešetkaste prizme „premještamo" tako da preuzmu uloge štapnih spojeva s podlogom.

Rešetkasta prizma bez dijagonala gornje i donje strane nije iznutra geometrijski nepromjenjiv sistem jer nedostaju dva štapa. Ti nedostajući štapovi „nadoknađeni" su dodatnim spojevima s podlogom.

Znamo da za rešetkasti nosač prikazan na prethodnoj stranici vrijedi $b = 3n$. Budući da smo štapove samo „premjestili", Maxwellovo pravilo vrijedi i za nosač na ovoj stranici.

sklapanje — treći elementarni postupak (gotovo):



$$b = 3n$$

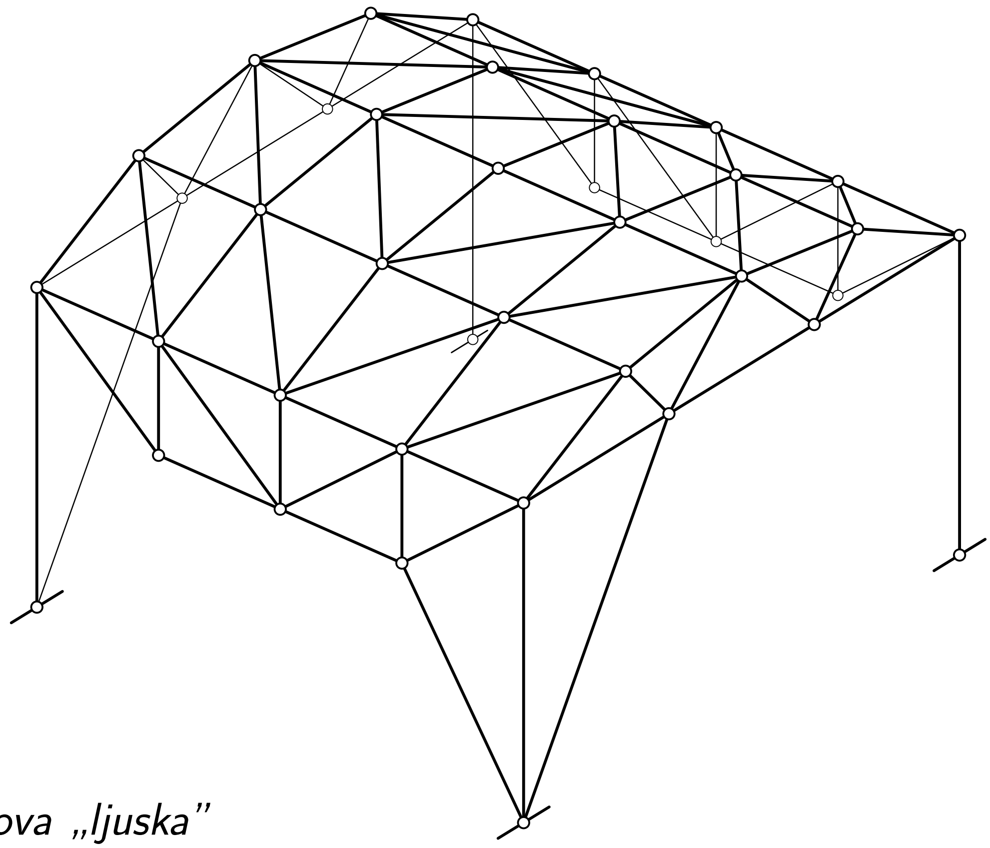
$$105 = 3 \cdot 35$$

Rešetkasti nosač na slici gotovo je sklop ravninskih rešetkastih nosača — „gotovo" zbog štapova kojima su „rubni" čvorovi spojeni s unutarnjima.

I za ovaj sistem vrijedi $b = 3n$: $n = 35$, $b = 105$.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sklapanje — treći elementarni postupak (gotovo):



Föpplova „ljuska”

(nastavak s prethodne stranice)

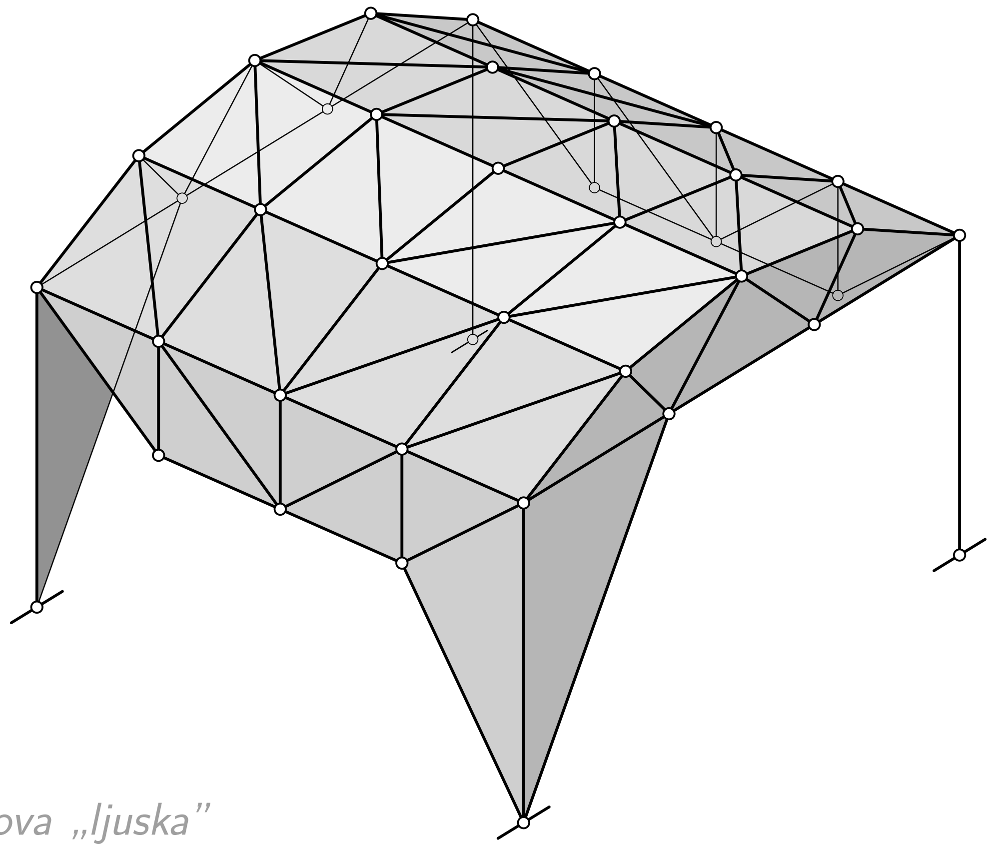
Uz malo varanja privid se može povećati. Uklonimo li štapove kojima su rubni čvorovi spojeni s unutarnjima, nosač postaje sklopom ravninskih rešetkastih nosača. Međutim, tada nedostaje 10 štapova, pa je sistem mehanizam — rubni čvorovi ne mogu preuzeti sile okomite na ravnine ravninskih rešetaka kojima pripadaju.

Uklonjeni štapovi mogu se nadomjestiti tako da se kuglasti zglobovi u rubnim čvorovima zamijene linijskim zglobovima s osima okomitima na ravnine rešetaka. (To je ipak samo privid, jer je sistem sada postao statički neodređenim — linijski zglob oduzima pet stupnjeva slobode.)

Prikazani rešetkasti nosač naziva se *Föpplovom „ljuskom”*.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sklapanje — treći elementarni postupak (gotovo):



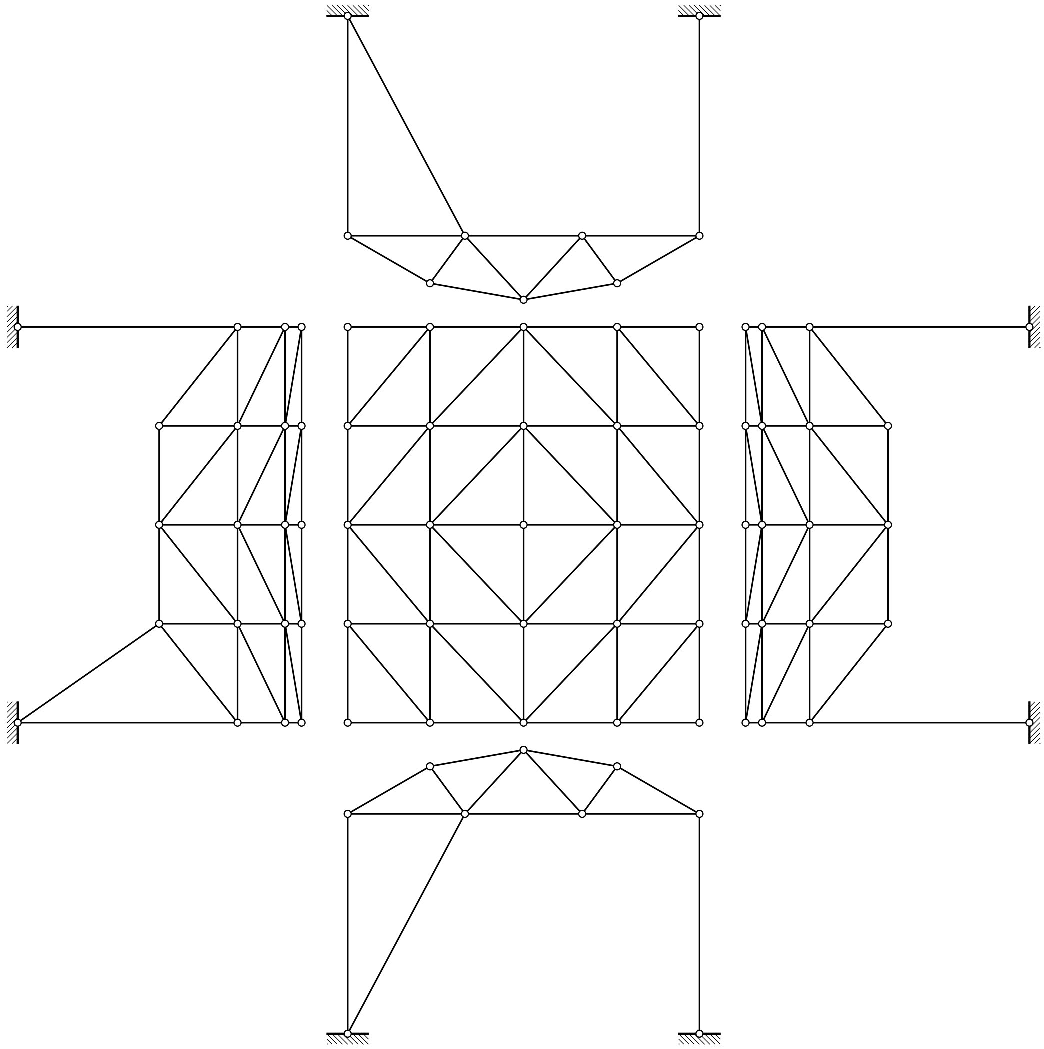
Föpplova „ljuska"

(nastavak s prethodne stranice

koji se

nastavlja na sljedećoj stranici)

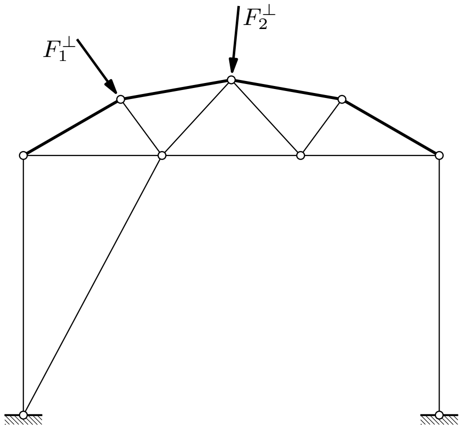
sklapanje — treći elementarni postupak (gotovo):



(nastavak s prethodne stranice)

Uz malo varanja privid se može povećati. Uklonimo li štapove kojima su rubni čvorovi spojeni s unutarnjima, nosač postaje sklopom ravninskih rešetkastih nosača.

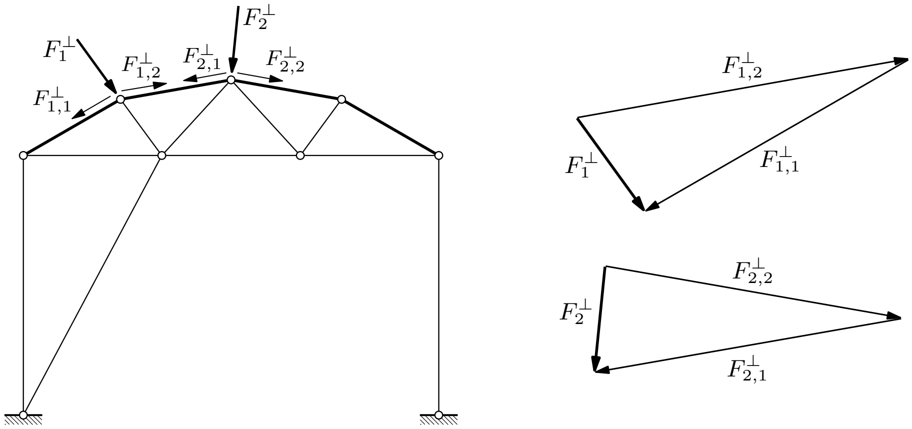
sile u štapovima — Föpplova „ljuska”:



Vanjske sile $\vec{F}_i$ rastavljamo u komponente $\vec{F}_i^{\perp}$ okomite na uzdužne bridove i komponente $\vec{F}_i^{\parallel}$ usporedne s tim bridovima.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sile u štapovima — Föpplova „ljuska”:

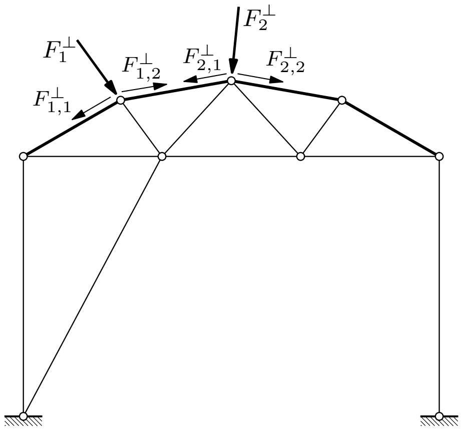


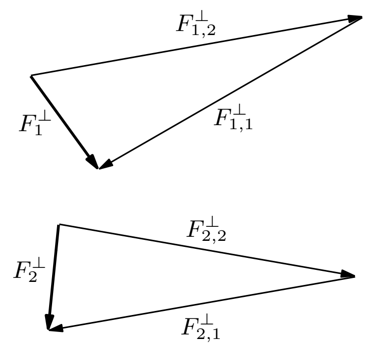
(nastavak s prethodne stranice)

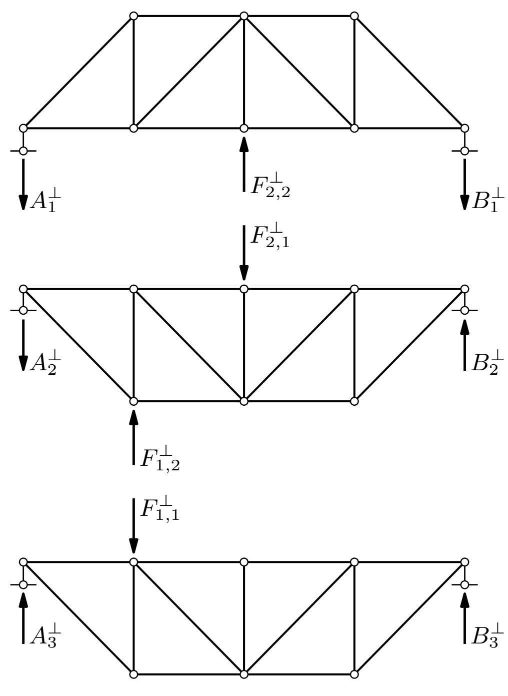
Komponente okomite na uzdužne bridove rastavljamo u komponente u ravninama (ravninskih) rešetaka koje se u tim bridovima sastaju.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sile u štapovima — Föpplova „ljuska”:







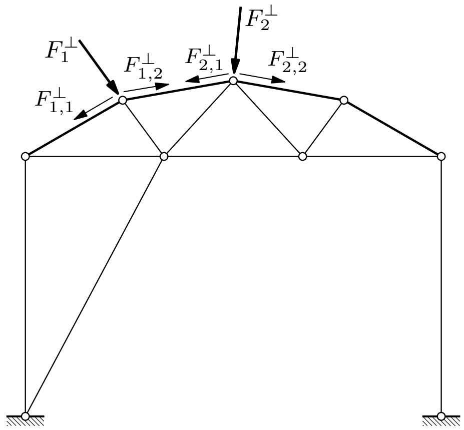
(nastavak s prethodne stranice)

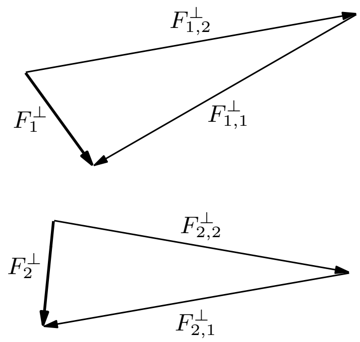
Te komponente komponenata okomitih na uzdužne bridove opterećenje su ravninskih (statički određenih) rešetaka koje rješavamo na poznati način (barem bi trebao biti poznat još iz *Mehanike 1.*).

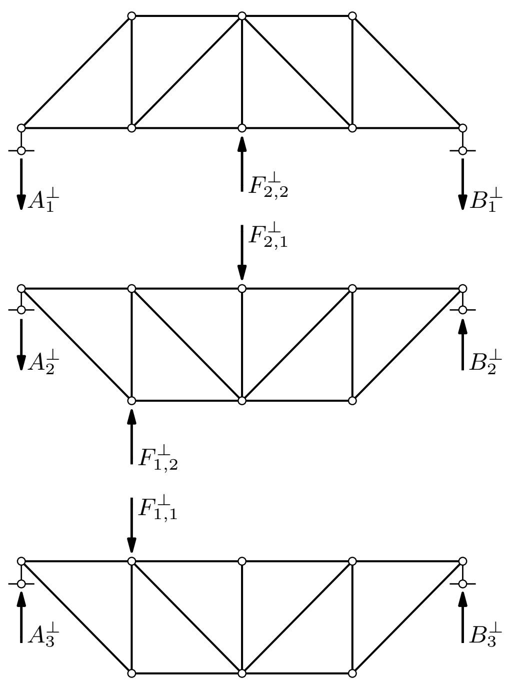
Sile u štapovima koji su zajednički susjednim rešetkama (donji pojas jedne i gornji pojas druge) treba zbrojiti.

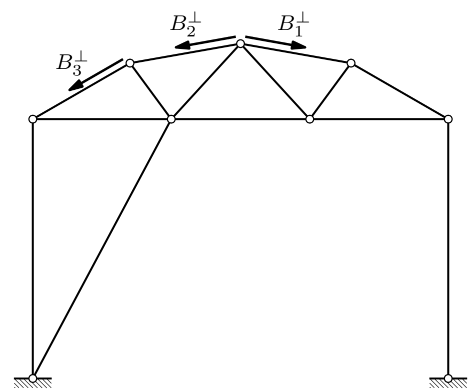
(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sile u štapovima — Föpplova „ljuska”:







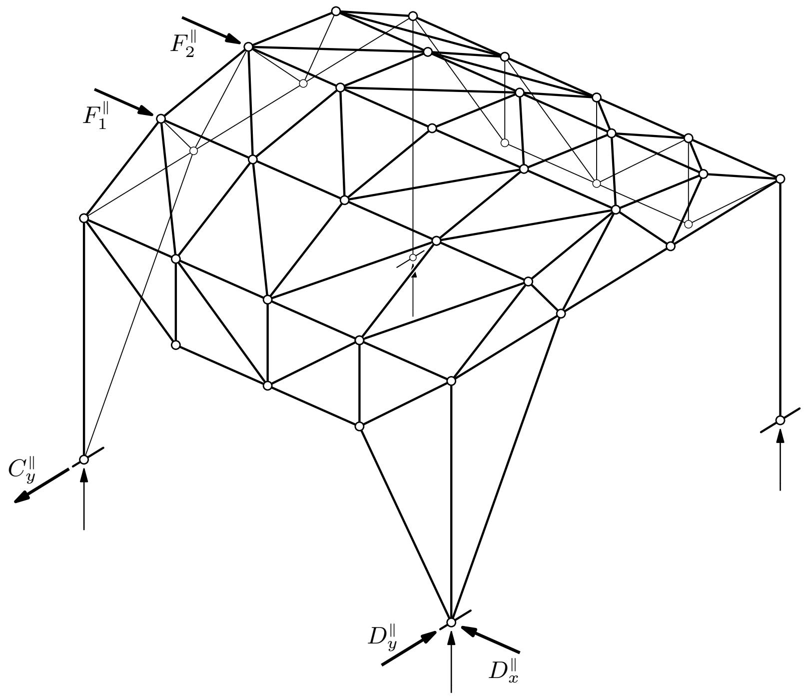


(nastavak s prethodne stranice)

„Ležajevi” tih rešetaka čvorovi su vertikalnih ravninskih (statički određenih) rešetaka na prednjoj i stražnoj strani. A ravninske rešetke znamo riješiti. . .

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sile u štapovima — Föpplova „ljuska”:



(nastavak s prethodne stranice)

Vanjske sile $\overrightarrow{F}_i$ rastavljamo u komponente $\overrightarrow{F}_i^{\perp}$ okomite na uzdužne bridove i komponente $\overrightarrow{F}_i^{\|}$ usporedne s tim bridovima.

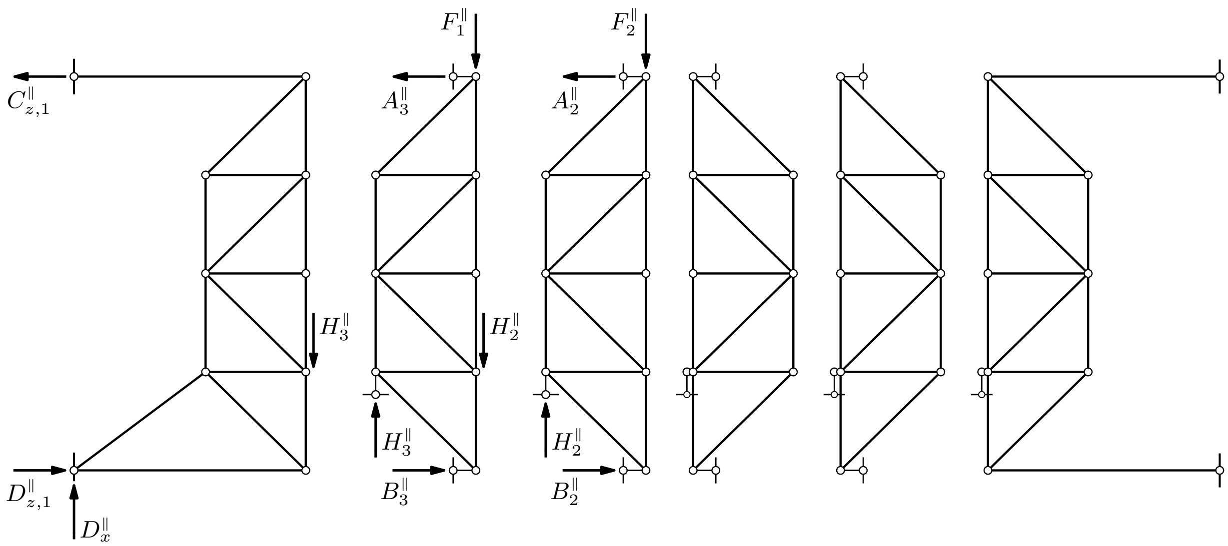
Silu $\overrightarrow{D}_x^{\|}$ izračunavamo iz jednadžbe ravnoteže projekcija sila na uzdužnu os (os x).

Silu $\overrightarrow{D}_y^{\|}$ izračunavamo iz jednadžbe ravnoteže momenata oko vertikalne osi kroz točku C, a silu $\overrightarrow{C}_y^{\|}$ iz jednadžbe ravnoteže momenata oko vertikalne osi kroz točku D.

Preostaju četiri vertikalne reakcije — jedna previše. Za njihovo izračunavanje treba postupno rješavati ravninske rešetke.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sile u štapovima — Föpplova „ljuska”:



(nastavak s prethodne stranice)

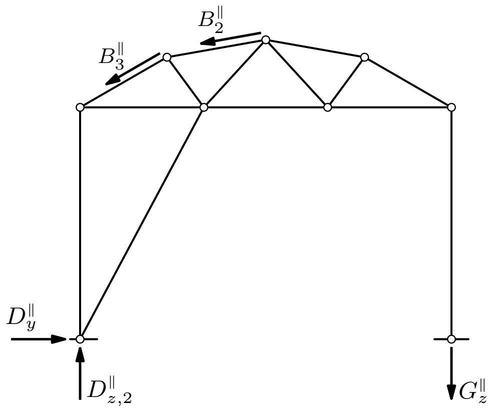
U našem je primjeru redoslijed rješavanja treće rešetka slijeva, pa druga, pa prva. Naime, „reakcija” $\vec{\mathrm{H}}_2^{\parallel}$ treće rešetke „opterećenje” je druge rešetke; potom je „reakcija” $\vec{\mathrm{H}}_3^{\parallel}$ druge „opterećenje” prve.

Treća je rešetka „ležajem” H_2 spojena s drugom, a ne s četvrtom rešetko zato što šesta/desna rešetka ne može na podlogu prenijeti sile usporedne s uzdužnim bridovima.

Rešetke možemo povezati u bilo kojem zajedničkom čvoru — može se pokazati [pokažite!] da se sile u štapovima neće promijeniti premjestimo li spoj u drugi čvor.

(nastavlja se na sljedećoj stranici)

sile u štapovima — Föpplova „ljuska”:



(nastavak s prethodne stranice)

I, gotovo na kraju, „reakcije” okomite na uzdužne bridove „opterećenja” su vertikalnih rešetaka na prednjoj i stražnjoj strani.

I na kraju, ukupna reakcija $\vec{D}_z^{\parallel}$ zbroj je reakcija $\vec{D}_{z,1}^{\parallel}$ s prethodne i $\vec{D}_{z,2}^{\parallel}$ s ove stranice, a isto vrijedi za reakciju $\vec{C}_z^{\parallel}$ na „stražnjoj” strani.