

GS 1. — 28. kolovoza 2024.

Zadatak 2.

Grafičkim postupkom u projekcijama (u tlocrtu i nacrtu) uravnotežite silu \vec{F} silama u štapovima $\{1, 4\}$, $\{2, 4\}$ i $\{3, 4\}$ prostorne rešetke!

ležajevi: 1 (1, 2, 0)

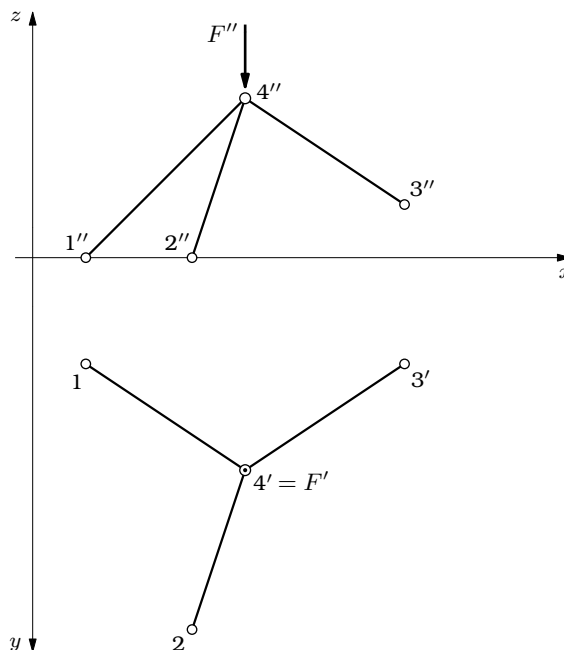
2 (3, 7, 0)

3 (7, 2, 1)

„slobodni” čvor: 4 (4, 4, 3)

$$\vec{F} = -F \vec{k}$$

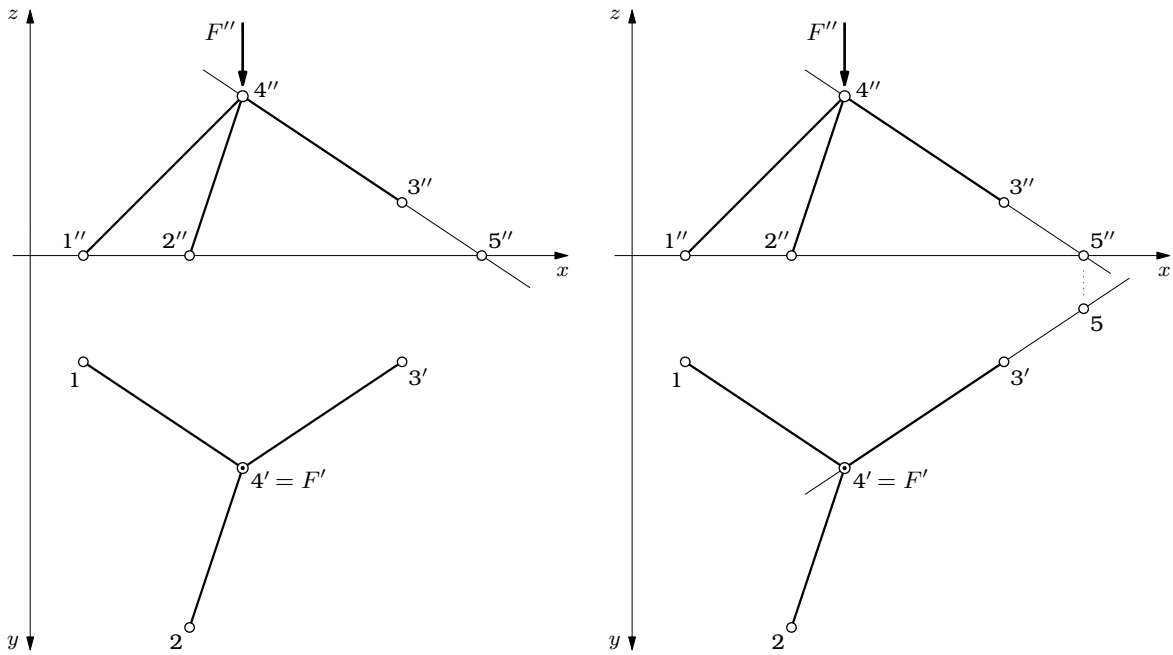
$$F = 75 \text{ kN}$$



Pretpostavit ću da ste proučili primjer na stranicama 13 do 33 prezentacije predavanja o statički određenim prostornim rešetkastim nosačima (<http://master.grad.hr/nastava/gs/gs1/pdn/p-pr.pdf>) i rješenje zadatka s ispitnoga roka 1. srpnja (<http://master.grad.hr/nastava/gs/gs1/isp/1-240701-3.pdf>). Za razliku od tih primjera, u ovom zadatku ležaj **3** nije u tlocrtnoj ravnini, pa prvi tragovi ravnina koje sadrže os štapa $\{3, 4\}$ neće (osim u jednom posebnom slučaju) prolaziti točkom $3'$. (Tlocrt točke u tlocrtnoj ravnini poklapa se s njom, pa su u spomenutim primjerima tlocrti ležaja, da se ta činjenica naglasi, označeni s **3** (a ne, kao sada, s $3'$). To vrijedi i za tlocrte ležajeva **1** i **2** koji u ovom, kao i u spomenutim primjerima, jesu u tlocrtnoj ravnini.)

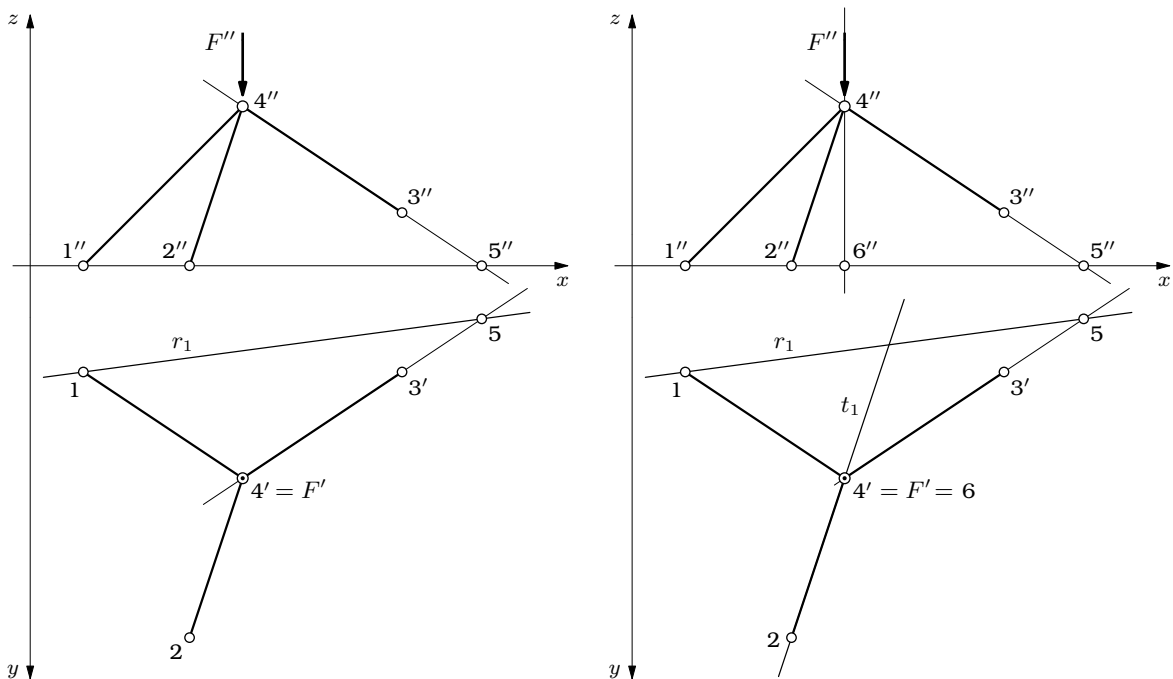
Prvi tragovi ravnina koje sadrže neki pravac prolaze točkom u kojoj taj pravac probada tlocrtnu ravninu — njegovim prvim probodištem. Prvo probodište nalazimo tako da prvo nađemo njegov nacrt. Nacrti su svih točaka tlocrtno ravnine na osi x , pa je nacrt prvoga probodišta u točki u kojoj nacrt pravca siječe tu os. Na lijevome je crtežu gornje slike na sljedećoj stranici nacrt prvoga probodišta pravca $s_{3,4}$, na kojem je os štapa $\{3, 4\}$, označen s $5''$. Prvo probodište pravca, koje se, rekosmo, poklapa sa svojim tlocrtom, na tlocrtu je pravca — to je sjecište tlocrta pravca i ordinale na kojoj je nacrt probodišta. Prvo probodište pravca $s_{3,4}$ točka je koja je na desnome crtežu označena s **5** (a $5 = 5'$).

Grafičkim postupkom zadanu silu uravnotežujemo trima silama na zadanim pravcima (koji pravac djelovanja sile sijeku u jednoj točki) tako da uravnotežimo rezultantu zadane



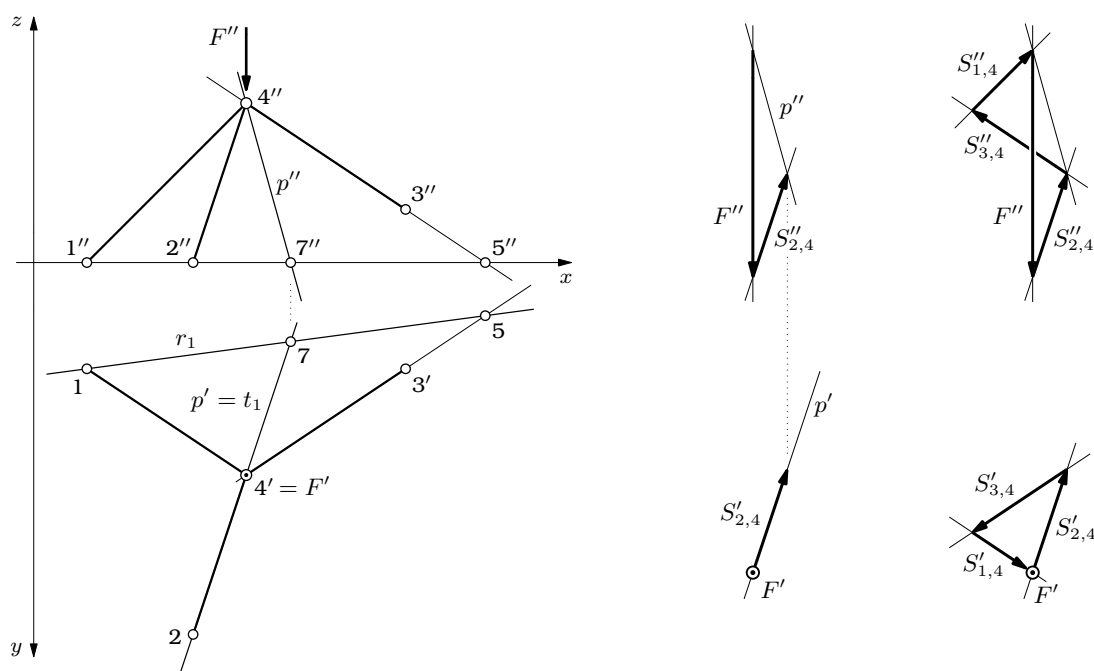
sile i jedne od traženih sila s rezultantom preostalih dviju traženih sila. Pravac djelovanja rezultante dviju sila, pravci djelovanja kojih (se sijeku i) leže u ravni, u istoj je ravni: pravac djelovanja rezultante sile \vec{F} i, recimo, sile $\vec{S}_{2,4}$ u štapu $\{2,4\}$ bit će stoga u ravni određenoj pravcem $s_{2,4}$ na kojem je os toga štapa i pravcem f na kojem djeluje sila \vec{F} , dok će pravac djelovanja rezultante sila $\vec{S}_{1,4}$ i $\vec{S}_{3,4}$ u štapovima $\{1,4\}$ i $\{3,4\}$ biti u ravni određenoj pravcima $s_{1,4}$ i $s_{3,4}$ na kojima su osi tih štapova.

Prvi trag r_1 ravnine ϱ , određene pravcima $s_{1,4}$ i $s_{3,4}$, prolazi prvim probodištima tih pravaca, točkama 1 i 5 (a ne 1 i 3'!) (lijevi crtež na donjoj slici).



Pravac f na kojem djeluje sila \vec{F} okomit je na tlocrtnu ravninu, pa se u tlocrtu projicira u točku: $f' = 4' = F'$; ta je točka, naravno, i njegovo prvo probodište 6 . Prvi trag t_1 ravnine τ , određene pravcima f i $s_{2,4}$, prolazi stoga točkom $4' = F' = 6$ i prvim probodištem 2 pravca $s_{2,4}$, tako da se tlocrt pravca $s_{2,4}$ (tlocrt osi štapa $\{2, 4\}$) poklapa s tragom t_1 (desni crtež slike na dnu prethodne stranice). (Sadrži li ravnina pravac koji je okomit na drugu ravninu, te su dvije ravnine međusobno okomite. Ravnina τ je, prema tome, okomita na tlocrtnu ravninu (takva se ravnina naziva prvom projicirajućom), pa tlocrti svega u njoj padaju u njezin prvi trag.)

Rezultante sila \vec{F} i $\vec{S}_{2,4}$ i sila $\vec{S}_{1,4}$ i $\vec{S}_{3,4}$ mogu biti u ravnoteži samo ako djeluju na istome pravcu, što znači da moraju djelovati na presječnici p ravnina ϱ i τ . Točka 4 , kojom prolaze pravci f , $s_{1,4}$, $s_{2,4}$ i $s_{3,4}$, u obje je ravnine, pa je jedna točka presječnosti, dok je točka 7 , sjecište tragova r_1 i t_1 , druga. Tlocrt p' presječnice prolazi točkama 7 i $4'$; kako je ravnina τ prva projicirajuća, tlocrt presječnice poklapa se s njezinim prvim tragom, $p' = t_1$ (lijevi crtež na donjoj slici). Nacrt p'' presječnice prolazi točkama $7''$ i $4''$; budući da je točka 7 u tlocrtnoj ravnini, njezin je nacrt $7''$ na osi x (na ordinali koja prolazi točkom 7) (još uvijek lijevi crtež na donjoj slici).

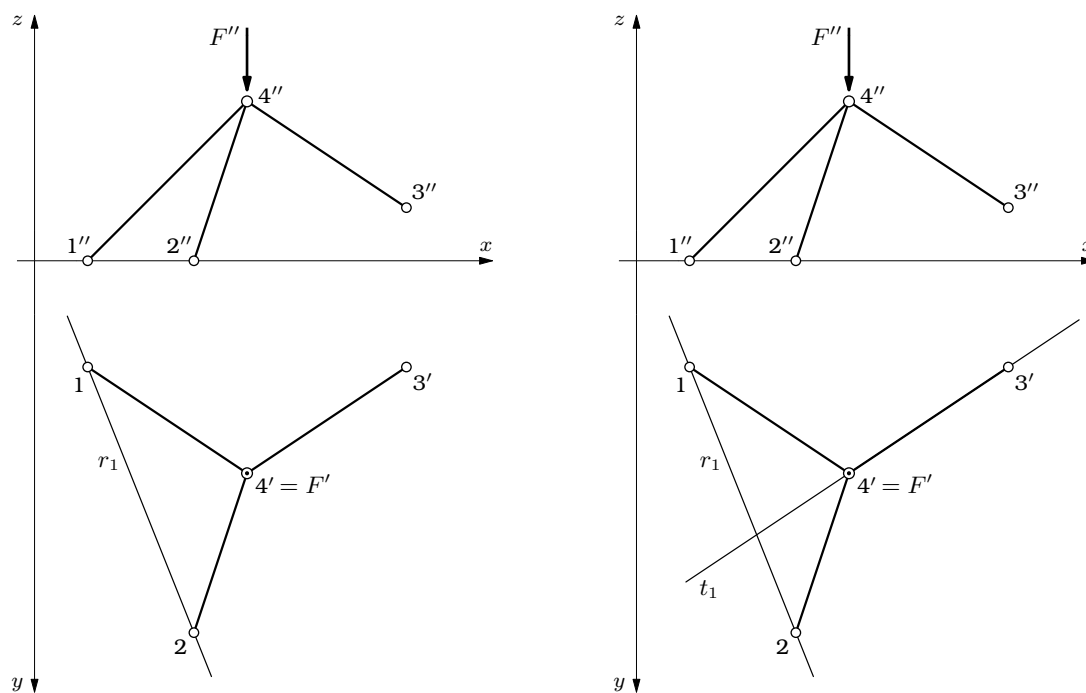


Sada možemo u poligonu sila sklopiti trokut kojemu su stranice vektor sile \vec{F} , vektor sile $\vec{S}_{2,4}$ i vektor njihove rezultante — poznata je jedna stranica trokuta (vektor sile \vec{F}), a poznati su i pravci s kojima su ostale dvije stranice uporedne (pravci $s_{2,4}$ i p). Grafički, u ovom posebnom slučaju sklopiti možemo samo nacrt trokuta (srednji gornji crtež na prethodnoj slici): trokut je u ravnini usporednoj s ravninom τ , koja je prva projicirajuća, pa je tlocrt trokuta zakržljao u dužinu na njezinu prvom „tragu”; tlocrt vrška vektora sile $\vec{S}_{2,4}$ možemo naći kao sjecište pravca $s'_{2,4} = p'$ i ordinale na kojoj je njegov nacrt (srednji donji crtež).

Projekcije vektora rezultante sile \vec{F} i $\vec{S}_{2,4}$ na pravcu p nismo nacrtali jer se taj vektor poklapa/preklapa sa suprotno orijentiranim vektorom jednake duljine, vektorom rezultante sile $\vec{S}_{1,4}$ i $\vec{S}_{3,4}$. Zamislimo li taj vektor, sklopiti možemo i drugi trokut sile, trokut kojem su uz vektor rezultante stranice vektori sile $\vec{S}_{1,4}$ i $\vec{S}_{3,4}$: vektor je rezultante poznat, a vektori su sile, naravno, usporedni s pravcima $s_{1,4}$ i $s_{3,4}$. Ravnina ϱ s kojom je ravnina trokuta usporedna nije ni prva ni druga projicirajuća, pa možemo sklopiti i nacrt i tlocrt trokuta (desni crteži na slici na prethodnoj stranici).

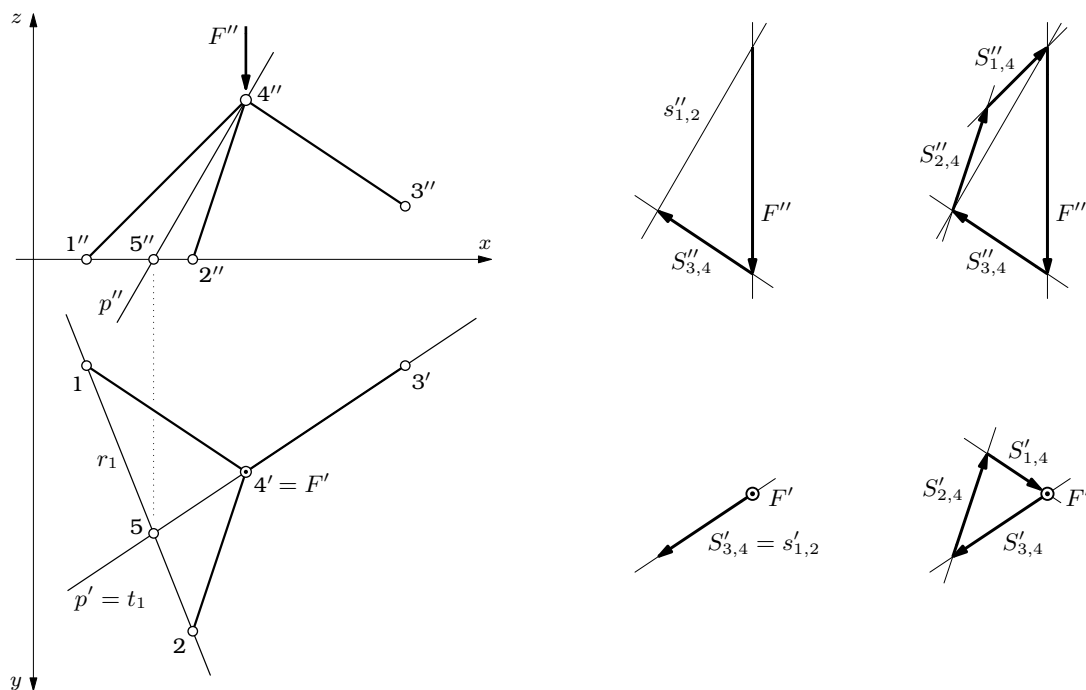
Zadatak se može riješiti i tako da se nađe pravac djelovanja rezultanata sile \vec{F} i $\vec{S}_{1,4}$ i sile $\vec{S}_{2,4}$ i $\vec{S}_{3,4}$ ili pravac djelovanja rezultanata sile \vec{F} i $\vec{S}_{3,4}$ i sile $\vec{S}_{1,4}$ i $\vec{S}_{2,4}$.

Pravac djelovanja rezultante sile $\vec{S}_{1,4}$ i $\vec{S}_{2,4}$ ležat će u ravnini ϱ prvi trag r_1 koje prolazi prvim probodištima 1 i 2 pravaca $s_{1,4}$ i $s_{2,4}$ na kojima te sile djeluju (lijevi crtež donje slike). Budući da je pravac djelovanja sile \vec{F} okomit na tlocrtnu ravninu, ravnina τ koja sadrži taj pravac, pravac $s_{3,4}$ na kojem djeluje sile $\vec{S}_{3,4}$ i pravac na kojem djeluje rezultanta sile \vec{F} i $\vec{S}_{3,4}$ prva je projicirajuća ravnina. Njezin prvi trag t_1 poklapa se stoga s tlocrtom pravca $s_{3,4}$ i prolazi tlocrtima 3' i 4' točaka 3 i 4 (desni crtež).



(Vjerojatno ste primijetili da prvo probodište pravca $s_{3,4}$ sada nismo trebali tražiti. No, treba naglasiti da je to poseban slučaj (onaj jedini, spomenut u prvom odsječku): budući da je pravac djelovanja sile \vec{F} okomit na tlocrtnu ravninu, ravnina τ je prva projicirajuća, pa su tlocrti svih njezinih točaka na njezinu prvom tragu i, obratno, njezin prvi trag prolazi kroz tlocrte svih njezinih točaka, tako da je za njegovo nalaženje dovoljno poznavati tlocrte dviju točaka koje nisu na istoj okomici na tlocrtnu ravninu [zašto ne smiju biti na istoj okomici?].)

Nadam se da ćete, opisujući sliku koja slijedi, nastavak priče moći ispričati sami.



Intenziteti sila jednaki su, uz odabrano mjerilo sila, pravim duljinama vektora sila u poligonu sila (u zadatku se ne traži, ali potpunosti radi...). Prave su duljine određene prevaljivanjem u tlocrtnu ravninu (donja slika). Očitane duljine su $|\bar{S}_{1,4}| \simeq 12 \text{ } \ell \text{ } 1/2 \text{ mm}$, $|\bar{S}_{2,4}| \simeq 19 \text{ } \ell \text{ } 3/4 \text{ mm}$ i $|\bar{S}_{3,4}| \simeq 17 \text{ } \ell \text{ } 1/4 \text{ mm}$. Mjerilo sila je $1 \text{ cm} :: 25 \text{ kN}$, pa su $|S_{1,4}| \simeq 31,3 \text{ kN}$, $|S_{2,4}| \simeq 49,4 \text{ kN}$ i $|S_{3,4}| \simeq 43,1 \text{ kN}$.

